

УДК 620.165.79

*Е.И. Орешко<sup>1</sup>, В.С. Ерасов<sup>1</sup>, Д.А. Уткин<sup>1</sup>, Я.В. Автаева<sup>1</sup>***ОБОРУДОВАНИЕ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ  
ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК МАТЕРИАЛОВ  
МЕТОДОМ ВДАВЛИВАНИЯ (обзор)**

DOI: 10.18577/2713-0193-2021-0-4-107-124

*Рассмотрены основные методы определения твердости материалов. Представлены основные формулы расчета механических характеристик материалов по значениям твердости. Проведен анализ методов расчета диаграмм растяжения материалов по диаграммам вдавливания. Рассмотрены подходы к построению конечно-элементной модели индентирования материалов. Показана необходимость доработки существующих стандартов и развития расчетных методов с подробным описанием методик пересчета диаграмм индентирования в механические характеристики материалов.*

**Ключевые слова:** твердость, механические свойства, индентирование, напряжения, деформация, расчет, диаграмма деформирования.

*E.I. Oreshko<sup>1</sup>, V.S. Erasov<sup>1</sup>, D.A. Utkin<sup>1</sup>, Ya.V. Avtayeva<sup>1</sup>***THE EQUIPMENT FOR DEFINITION  
OF PHYSICOMECHANICAL CHARACTERISTICS OF MATERIALS  
BY PRESS-IN METHOD (review)**

*The article considers the main methods for determining the hardness of materials. The basic formulas for calculating the mechanical characteristics of materials by hardness values are presented. The analysis of methods for calculating tensile diagrams of materials by indentation diagrams is carried out. The paper considers the approaches to building a finite element model of material indentation. The need to improve existing standards and develop computational methods is shown with a detailed description of techniques for recalculating indentation diagrams into mechanical characteristics of materials.*

**Keywords:** hardness, mechanical properties, indentation, stresses, deformation, calculation, stress-strain diagram.

<sup>1</sup>Федеральное государственное унитарное предприятие «Всероссийский научно-исследовательский институт авиационных материалов» Национального исследовательского центра «Курчатовский институт» [Federal State Unitary Enterprise «All-Russian Scientific-Research Institute of Aviation Materials» of National Research Center «Kurchatov Institute»]; e-mail: admin@viam.ru

**Введение**

В процессе разработки конструкционных материалов следует проводить оценку их физико-механических характеристик [1–8]. Характеристикой, которая определяет степень качества материалов в изделиях, является твердость [9–18].

Твердость – это свойство материала, которое характеризует сопротивление внедрению в него более твердого упругодеформирующегося индентора. Вдавливание – один из методов механических испытаний [19–29].

В промышленности широко применяются переносные твердомеры для оценки физико-механических характеристик материалов и изделий методом вдавливания. Такие испытательные системы могут применяться в полевых условиях на действующих объектах.

Области применения переносных твердомеров – входной контроль материалов, контроль качества сварных соединений, проведение экспертизы промышленной безопасности.

В основу принципа работы переносных твердомеров положен метод вдавливания индентора в объект контроля и определение его твердости, построение диаграммы внедрения и перестройка ее в диаграмму растяжения материала с расчетом его физико-механических характеристик. Глубина и диаметр отпечатка незначительны (например, в твердомерах компании Frontics глубина – до 150 мкм, диаметр – до 0,5 мм), что не нарушает целостности материала конструкции и не меняет его физические свойства.

Твердомеры для определения физико-механических характеристик материалов методом вдавливания используют сферический индентор, который позволяет изменять контактную деформацию в зависимости от глубины вдавливания, в отличие от набора пирамидальных инденторов с разными углами при вершине [30–32], использование каждого из которых дает только одну точку на расчетной диаграмме деформирования.

Производители оборудования для определения физико-механических характеристик материалов методом индентирования используют различные подходы для пересчета диаграмм вдавливания в диаграммы растяжения материалов. Среди них наиболее распространены следующие методы: АВИ-метод (Automated Ball Indentation) [33–42], метод компании Frontics [43–50], метод Марковца [51–53] и нейросетевой метод [54–61].

В стандартах по расчету физико-механических характеристик по результатам вдавливания материала [62–64] предлагается использовать для моделирования метод конечных элементов, для реализации которого существуют специальные конечно-элементные программные комплексы – например, ANSYS [65–71], позволяющие проводить прочностные расчеты материалов с упругопластическим поведением при нагружении.

В данной работе рассмотрены некоторые из основных переносных твердомеров и методы, которые используют для пересчета диаграмм вдавливания в диаграммы растяжения материалов.

### Классификация методов испытаний на твердость

Испытания на вдавливание подразделяют на механические прямые стандартизированные и бездеформационные косвенные методы (рис. 1).

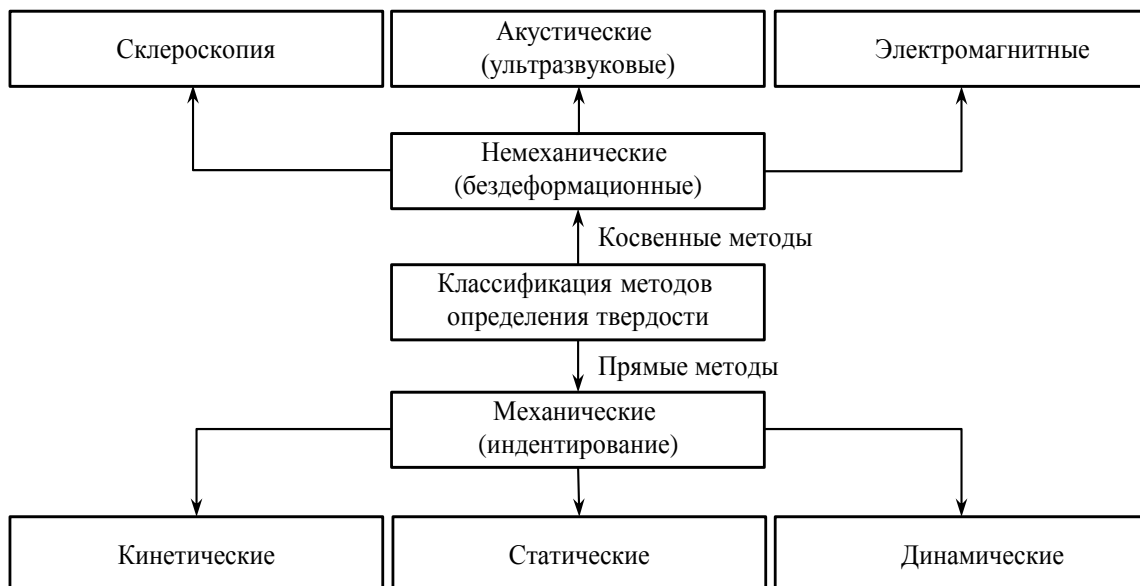


Рис. 1. Классификация методов испытаний на твердость

Существует большое количество методов испытаний материалов на твердость, которые можно разделить на две группы. В первой группе методы немеханического, т. е. бездеформационного, определения твердости основаны на физических явлениях ультразвука и электромагнетизма.

Твердость по Бринеллю (НВ), Виккерсу (HV) и Роквеллу (HRC) можно измерять не только с помощью статического твердомера, но и используя немеханические методы – например, метод ультразвукового контактного импеданса (не регламентируется стандартами). Среди производителей приборов, реализующих метод акустического импеданса, можно отметить: ЦФМИ «МЕТ» (г. Москва), НПО «Интротест» (г. Екатеринбург), Namicon (Италия), Krautkramer (Германия) и др.

К немеханическим методам можно также условно отнести метод царапания (склерометрии).

Методы второй группы относятся к механическим (деформационным).

По временному фактору деформационные методы измерения твердости подразделяют на кинетические, динамические и статические.

Статическую твердость определяют после снятия нагрузки, поэтому влияние упругой деформации материала под воздействием индентора не учитывают.

Среди наиболее распространенных методов статической твердости можно отметить методы: Герца (Hr), Бринелля (НВ), Виккерса (HV), Роквелла (HRA, HRB, HRC), Шора (HSA). Среди производителей приборов для реализации методов Бринелля (ГОСТ 9012–59), Виккерса (ГОСТ 2999–75, ISO 6507, ASTM E 92, DIN 50133), Роквелла (ГОСТ 9013–59, ISO 6508, DIN 50103/1, ASTM E 18) можно отметить следующие компании: «Точприбор» (г. Иваново), Zwick/Roell (Германия), Indentec (Великобритания), Wilson & Wolpert (США) и др. Переносные твердомеры, с помощью которых осуществляют измерение твердости по Бринеллю по ГОСТ 22761–77, производят отечественные компании «Точприбор» и МЭИ (г. Москва).

Методы определения твердости по Бринеллю, Виккерсу, Берковичу, согласно стандарту DIN 50359, названы универсальной твердостью (HU). Методы Виккерса и Берковича по международному стандарту ISO 14577-1:2003 названы твердостью по Мартенсу [32, 72]. Основные производители систем для реализации измерения универсальной твердости: ВНИИАЭС (Москва), Zwick/Roell (Германия), Stiefelmayer/Reicherter (Германия) и др.

В динамических методах измерения твердости оценивают расход кинетической энергии индентора и определяют твердость материала при ударе. Наиболее распространены следующие динамические методы измерения твердости: Польди (HP), Шора (HSD) и Лееба (HL). Производители твердомеров для измерения твердости по методу Польди (ГОСТ 18661–73) – «Точприбор» (Иваново), Волгоградский государственный технический университет и др. Для измерения твердости по методу Шора (ГОСТ 23273–78) используют оборудование, произведенное «Точприбор» (Иваново), Zwick (Германия) и др. Производители твердомеров для измерения твердости по методу Лееба (ASTM A956-02) – «МЕТ» (г. Москва), НПП «Технотест-М» (г. Москва), «ЭПСИ» (Калининград), НПО «Интротест» (Екатеринбург), Krautkramer (Германия), Proceq (Швейцария) и др.

Принято условное разделение методов индентирования по масштабному фактору: макроиндентирование (усилие – от 2 Н до 30 кН), микроиндентирование (усилие < 2 Н, где глубина индентирования  $h$  – более 20 нм), наноиндентирование (усилие – от 0,1 до 1960 мН,  $h$  – не более 20 нм), пикоиндентирование (глубина отпечатка не превышает нескольких нанометров, а разрешение – не более 1 нм).

### Оборудование для определения физико-механических характеристик материалов и изделий методом вдавливания

Наиболее известными производителями приборов для контроля изделий методом вдавливания являются компании АТС (Advanced Technology Corporation) и Frontics, испытательные системы которых реализуют метод частичной разгрузки с постепенно нарастающим усилием с рядом периодических неполных разгрузок (рис. 2).

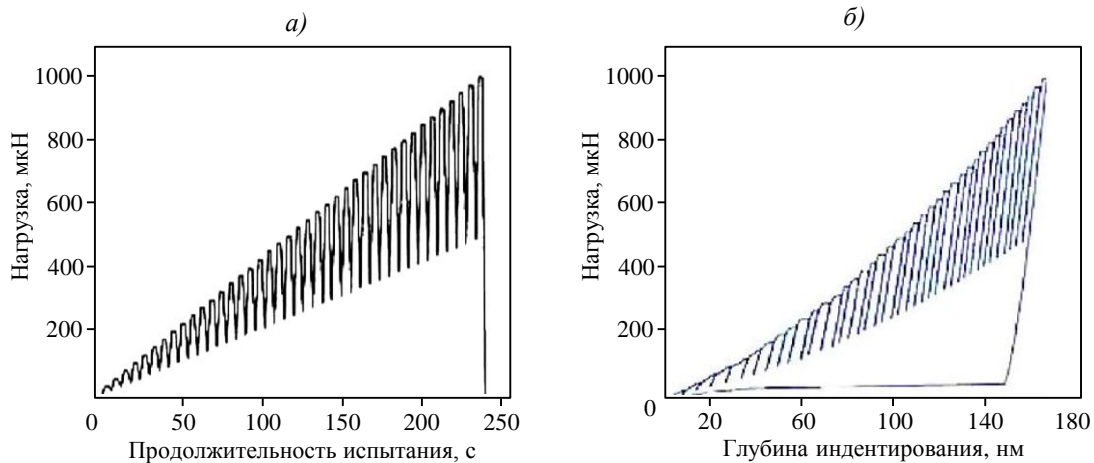


Рис. 2. Зависимость нагрузки от продолжительности испытания (а) и углубления при индентировании с частичной разгрузкой (б) [73]

В 1980 г. президентом компании АТС Ф. Хэггом разработан АВИ-метод, с 1991 г. применяющийся для работы приборов марки SSM-M1000, которые позволяют по результатам вдавливания оценивать физико-механические характеристики материалов и изделий. С 1999 г. применяется малогабаритная переносная система SSM-Mobile-XR для работы в полевых условиях [74]. Метод АВИ за несколько десятилетий своего применения получил широкое распространение среди специалистов, проводящих контроль состояния материалов трубопроводов атомных электростанций (АЭС) [75–77].

Среди отечественных производителей испытательных систем, реализующих АВИ-метод, можно отметить ВНИИАЭС (г. Москва) и НПФ «Экспресс-измерения» (г. Москва). Всероссийский научно-исследовательский институт по эксплуатации атомных электростанций (ВНИИАЭС) производит твердомер ТЕСТ-5У для контроля оборудования и трубопроводов АЭС [74]. В твердомере ТЕСТ-5У используются сферические инденторы при усилии вдавливания до 4 кН. Погрешность измерения твердости составляет 5 %, механических характеристик 10 %. Феноменологическая методика ВНИИАЭС с использованием численных конечно-элементных расчетов приведена в работе [32]. Научно-производственная фирма «Экспресс-измерения» производит ручные автоматические твердомеры марки ПИТМ-ДВ-02, которые позволяют оперативно контролировать изделия и определять их твердость и механические характеристики (пределы текучести и прочности, относительное удлинение, кривую упрочнения и др.).

В методике ВНИИАЭС с использованием процедуры численного моделирования (как и в рассмотренных ранее стандартах) содержатся общие требования к построению конечно-элементной модели для расчета индентирования материала. В работе [78] рассмотрены сложности, которые возникают при численном моделировании индентирования материала. На начальном этапе создания конечно-элементной модели необходимо подобрать пригодную для расчета сетку конечных элементов и правильно настроить контактное взаимодействие. Поскольку вдавливание характеризуется большой

нелинейностью, то это при стандартной сетке приводит к несходимости расчетов. В связи с этим разбиение на конечные элементы образца материала проводилось в программном комплексе PATRAN [79–81], который имеет удобные средства настройки сетки конечных элементов с возможностью удвоить размер элемента при переходе от зоны с мелкой сеткой к зоне с крупной сеткой без нарушения каких-либо ограничений геометрической формы элемента. Разбиение индентора проводилось в программном комплексе ANSYS с помощью стандартной опции свободного разбиения модели на конечные элементы [82–87].

Для хорошей сходимости расчета контактная зона моделировалась парой контактных элементов, один из которых используется для поверхности индентора, другой – для поверхности образца. Трудоемки также этапы верификации и валидации модели [78]. Таким образом, моделирование процесса индентирования и расчет диаграмм внедрения должны быть регламентированы, что отсутствует в существующих стандартах.

Для определения деформации в АВИ-методе используется уравнение Тейбора для сферического вдавливания. С помощью программного обеспечения прибора численно (методом итераций) для каждого отдельного цикла решают систему уравнений

$$\delta = \begin{cases} 1,12 \text{ при } \Phi \leq 1 \\ 1,12 + \tau \ln \Phi \text{ при } 1 < \Phi \leq 27 \\ \delta_{\max} \text{ при } \Phi > 27, \end{cases} \quad (1)$$

$$\Phi = \varepsilon_p E_1 / 0,43\sigma, \quad (2)$$

где  $E_1$  – модуль упругости образца;  $\sigma$  – истинное напряжение;

$$\delta_{\max} = 2,87\alpha_m, \quad (3)$$

где  $\alpha_m$  – параметр чувствительности материала к скорости нагружения (для материалов, не чувствительных к скорости нагружения  $\alpha_m = 1$ );

$$\tau = \frac{\delta_{\max} - 1,12}{3,3}; \quad (4)$$

$$\varepsilon_p = \left( \frac{0,5CD \left( h_p^2 + \left( \frac{d_p}{2} \right)^2 \right)^{1/3}}{h_p^2 + \left( \frac{d_p}{2} \right)^2 - h_p D} \right), \quad (5)$$

где  $h_p$  – глубина остаточного пластического отпечатка;  $d_p$  – диаметр остаточного пластического отпечатка;  $D$  – диаметр индентора;

$$C = 5,47P_{\max} \left( \frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} \right), \quad (6)$$

где  $P_{\max}$  – максимальная нагрузка;  $E_2$  – модуль упругости материала индентора.

Уравнение (5) вместе с множителем  $C$ , определенным по уравнению (6), выводится из уравнения Герца, связывающего нагрузку при упругой деформации двух тел, имеющих форму параболоида вращения или (в предельном случае) параболоида

вращения и упругого полупространства. Данное соотношение часто употребляют для описания взаимодействия тел сферической формы, так как параболоид вращения вблизи своего максимума является аппроксимацией сферы. При выводе соотношения (5) используют подход, представленный в работе [88], где из-за обратимости упругой деформации при разгрузке рассмотрен контакт с пластически деформированной поверхностью при внедрении индентирующего тела радиусом  $r_1$  в полость с радиусом  $r_2$ . После разгрузки геометрическая форма поверхности имеет вид, представленный на рис. 3.

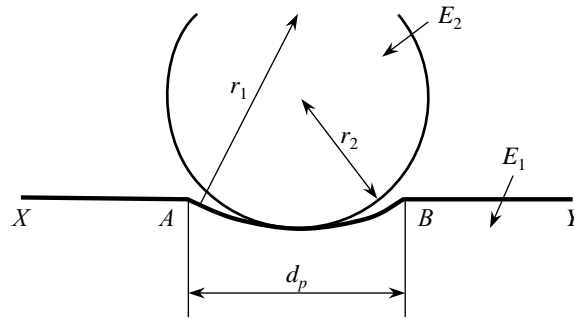


Рис. 3. Индентирующее тело и профиль поверхности после разгрузки [89]

Исходя из предположения, что коэффициенты Пуассона для обоих тел равны 0,3, из модели Герца следует, что в момент максимальной нагрузки диаметр остаточного пластического отпечатка можно вычислить по формуле

$$d_p = 2,22 \left( \frac{F}{2} \frac{r_1 r_2}{r_1 - r_2} \left( \frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} \right) \right)^{1/3}, \quad (7)$$

где  $F$  – усилие вдавливания.

Данное соотношение предполагает, что размеры контактного диаметра в момент максимальной нагрузки и диаметра остаточного отпечатка совпадают, т. е. при нагрузке на индентор в уже существующий отпечаток до предыдущего значения максимальной силы данный диаметр не меняется, что принято считать верным с точностью до нескольких процентов. Важным замечанием является то, что соотношение (7) остается в достаточной степени верным в случае наличия «навалов» (рис. 4, в).

Переход от уравнения (7) к уравнению (5) связан с геометрическим пересчетом радиуса  $r_1$  через хорду диаметра  $d_p$  и высоту сегмента  $h_p$ . Игнорирование наличия «навалов» (*pile-up*) и «провалов» (*sink-in*), что в некоторой степени аналогично подходу Оливера–Фара для инструментального индентирования [90–92], происходит в момент расчета глубины  $h_p$ . Как следует из данных рис. 4, а и б, величину глубины  $h_p$  отсчитывают от уровня начальной поверхности, в то время как при наличии «навалов» уровень поверхности вокруг индентора немного поднимается и в действительности контактный диаметр  $d$  несколько больше диаметра  $d_i$  в случае «навалов» или же меньше  $d_i$  в случае «провалов» (рис. 4, в).

Таким образом, метод АВИ, выраженный с помощью уравнений (1)–(7), не учитывает «навалов», однако дает систему аналитических зависимостей, позволяющих получить важный эмпирический результат.

Данный метод позволяет рассчитывать также предел прочности, твердость по Бринеллю и коэффициент концентрации напряжений.

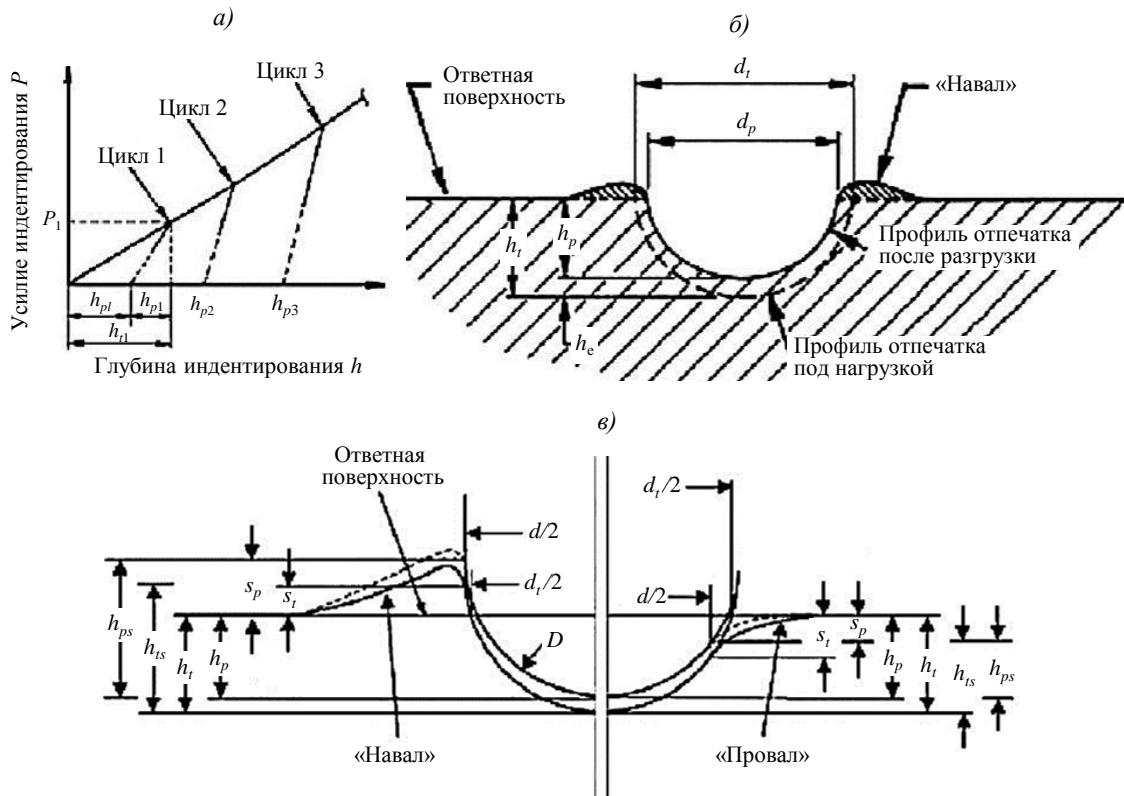


Рис. 4. Обозначения, используемые в методе АВІ: а – диаграмма «нагрузка–деформация»; б – обозначение базовых величин согласно работе [93]; в – схема, объясняющая различие контактных диаметров при наличии «навалов» или «провалов» [94]

С помощью АВІ-теста предложено также определять критический коэффициент концентрации напряжений  $K_{1c}$  и порог хладноломкости (для вязких материалов). Однако признано, что это только эмпирическое наблюдение для некоторого класса материалов и никакого теоретического обоснования для такого утверждения не существует [95]. В формуле (8)  $l_0$  – это критическое расстояние перед вершиной трещины, на котором деформация должна превышать  $\epsilon_{и}$ , т. е. величину максимальной равномерной деформации. Величина  $l_0$  зависит от структурных параметров материала и может быть определена по фрактограммам как величина, кратная расстоянию между ямками излома (в некоторых случаях она кратна размеру зерна или расстоянию между частицами дисперсной фазы):

$$K_{1c} = C'(\epsilon_{и} l_0 E \sigma_y)^{0,5}, \tag{8}$$

где  $C'$  – константа;  $E$  – модуль упругости;  $\sigma_y$  – упругое напряжение.

В АВІ-методе также предложен параметр IEF (Indentation Energy to Fracture), представляющий собой удельную (на единицу контактной области) энергию вдавливания до достижения индентором глубины  $h_f$ , при которой максимальные напряжения под ним достигают величины напряжения скола для данного материала  $\sigma_f$ :

$$IEF = \int_0^{h_f} P(h) dh, \tag{9}$$

где  $P$  – усилие;  $h$  – глубина вдавливания.

Основываясь на допущении, что степень концентрации напряжений под индентором близка к степени концентрации напряжений в вершине трещины, и принимая во внимание, что для пластических материалов сжимающие и растягивающие напряжения до некоторой степени эквивалентны, выдвинута гипотеза, что параметр IEF коррелирует с энергией разрушения. В формуле (10) этот параметр равен температурно-зависящей части энергии разрушения:

$$IEF = W_T. \quad (10)$$

В работе [96] представленные экспериментальные данные свидетельствуют, что расхождение между величинами  $K_{Ic}$ , определенными через параметр IEF и с помощью стандартного испытания надрезанных образцов, составило ~40 %:

$$W_T = \frac{K_{Ic}^2}{2E}. \quad (11)$$

Специалисты Братского государственного университета в работе [97] утверждают, что метод АВІ неточно определяет величину деформации, так как в нем игнорируются эффекты «навала» и «провала», которые влияют на форму диаграммы вдавливания.

В статье [97] на основе выражения Булычева получено уравнение для определения деформации без учета индекса Мэйера, что облегчает расчет диаграммы деформирования сферическим индентором и позволяет учитывать эффекты выдавливания и вдавливания материала, что делает этот метод точнее АВІ-метода.

В работе [95] отмечено, что АВІ-метод не имеет глубокого теоретического обоснования, а основан только на большом числе эмпирических наблюдений и требует специальной калибровки. В работе [98] отмечено, что АВІ-метод невозможно использовать для определения предела текучести стальных труб, несмотря на это существует достаточно много исследований, где этот метод ошибочно используют для таких целей. Метод АВІ недопустимо также сравнивать с методом инструментального индентирования корейской компании Frontics, твердомеры которой определяют различные физико-механические характеристики материалов методом вдавливания. В методе АВІ применяются другие подходы к построению диаграмм растяжения – используется сферический индентор большего диаметра, меньшая глубина вдавливания, а также другая методика расчета механических характеристик.

В 2000 г. на базе корейской Государственной лаборатории материалов и прочности Сеульского национального университета основана компания Frontics [99], которая выпускает приборы четырех модификаций AIS2100, AIS3000, AIS3000 Compact и AIS3000HD, что позволяет измерять диаграмму «напряжение–деформация» с нагрузкой от 20 до 3000 Н [99].

Компания Frontics производит переносные твердомеры для определения физико-механических характеристик методом сферического индентирования с частичной нагрузкой [99], который учитывает эластическую деформацию материала и эффект «навала» при вдавливании.

В работе [44] предложена аналитическая формула, позволяющая учитывать «навалы» ( $h_{\max}/R$ ) и «провалы» (определяются через отношение  $\sigma_y/E$ ) при вдавливании.

Определение физико-механических характеристик по методу компании Frontics можно разделить на четыре этапа.



На первом этапе определяют площадь контакта  $A_c$  индентора с учетом глубины контакта  $h_c$ :

$$A_c = f(h_c), \quad (12)$$

$$A_c = \pi(2Rh_c - h_c^2), \quad (13)$$

где  $R$  – радиус индентора.

Величина «навалов» ( $h'_{ps}$ ) определяется по формуле

$$\frac{h'_{ps}}{h'_c} = f\left(n_{IT}, \frac{h_{max}}{R}\right), \quad (14)$$

где  $h_{max}$  – максимальная глубина индентирования при  $F_{max}$ ;  $n_{IT}$  – показатель деформационного упрочнения материала при инструментальном индентировании;

$$\frac{h'_{ps}}{h'_c} = 0,131(1 - 3,423n + 0,079n^2) \left( 1 + 6,258 \frac{h_{max}}{R} - 8,072C^2 \left( \frac{h_{max}}{R} \right)^2 \right), \quad (15)$$

$$h_c = h'_c + h'^2_{ps} = h_{max} - h_d + h'_{ps}, \quad (16)$$

$$h_d = \omega h_{max} - h_r = 0,75 \frac{F_{max}}{S}, \quad (17)$$

где  $h_r$  – точка пересечения оси перемещений с касательной, проведенной к кривой разгрузки;  $F_{max}$  – наибольшее усилие индентирования;  $\omega$  – коэффициент, который зависит от геометрической формы индентора (для сферы равен 0,75);  $C^2$  – степень пластического «навала»;  $S$  – контактная жесткость.

Формула (15) представлена в патенте компании Frontics [100].

Степень пластического «навала» выражается через константу  $C$ :

$$C^2 = \frac{a^2}{a'^2} = \frac{5(2-n)}{2(4+n)}, \quad (18)$$

где  $n$  – показатель деформационного упрочнения материала;  $a$  – фактический контактный радиус;  $a'$  – контактный радиус без «навала».

Контактный радиус определяют по формуле

$$a^2 = \frac{5(2-n)}{2(4+n)} \cdot (2Rh'_c - h_c). \quad (19)$$

На втором этапе метода компании Frontics определяют истинное напряжение:

$$\sigma_T = \frac{1}{\psi} \frac{F_{max}}{A_c}, \quad (20)$$

где  $\psi$  – предел пластичности (коэффициент относительного давления).

Истинную деформацию определяют по формуле

$$\varepsilon_T = \frac{\alpha}{\sqrt{1-(a/R)^2}} \cdot \frac{a}{R}, \quad (21)$$

где  $\alpha$  – коэффициент пропорциональности истинной деформации;  $a$  – контактный радиус.

Для металлов  $\alpha = 0,14$  и  $\psi = 3,0$ .

На третьем этапе рассчитывают истинную диаграмму «напряжение–деформация» для:

– материалов со степенным упрочнением (уравнение Холломоны)

$$\sigma_T = K\varepsilon_T^n, \quad (22)$$

где  $n$  – показатель деформационного упрочнения материала;  $K$  – коэффициент деформационного упрочнения;

– материалов с линейным упрочнением

$$\sigma_T = a + b\varepsilon_T, \quad (23)$$

где  $a$  и  $b$  – константы.

Значения  $n$  и  $K$  рассчитывают итерационным методом.

На четвертом этапе определяют модуль упругости.

Кривую разгрузки описывают уравнением вида

$$F = k(h - h_f)^m. \quad (24)$$

где  $m$  и  $k$  – константы.

Контактную жесткость определяют по формуле

$$S = \left( \frac{dF}{dh} \right)_{h=h_{\max}} = km(h_{\max} - h_f)^{m-1} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} E_r \sqrt{A_c}; \quad (25)$$

$$\frac{1}{E_r} = \frac{1-\nu^2}{E} + \frac{1-\nu_i^2}{E_i}, \quad (26)$$

где  $E_r$  – приведенный модуль упругости;  $E_i$  – модуль упругости головки индентора;  $\nu$ ,  $\nu_i$  – коэффициент Пуассона материала и индентора;

$$E_r = \frac{\sqrt{\pi}}{2} S \frac{1}{\sqrt{A_c}}. \quad (27)$$

$$K\varepsilon_y^{n_{IT}} = E_{IT}(\varepsilon_y - 0,002), \quad (28)$$

где  $K$  – коэффициент деформационного упрочнения;  $\varepsilon_y$  – упругая деформация;  $E_{IT}$  – модуль упругости при вдавливании;

$$\sigma = K (\varepsilon_y + b)^n; \quad (29)$$

$$\varepsilon_{и} = c' \cdot n_{IT}, \quad (30)$$

где  $\varepsilon_{и}$  – истинная деформация;  $c'$  – постоянная корреляции;  $n_{IT}$  – показатель деформационного упрочнения материала при инструментальном индентировании.

По информации разработчика погрешность метода при определении прочности – менее 10 %, при определении ударной вязкости – менее 15 %, при определении остаточных напряжений – менее 30 МПа [99].

Измерение остаточных напряжений твердомерами компании Frontics проводят при сравнении глубины вдавливания индентора в объект контроля с глубиной вдавливания индентора в исходный материал, в котором отсутствуют остаточные напряжения. Если в образце действуют растягивающие остаточные напряжения, то глубина индентирования будет больше, чем при аналогичном испытании исходного материала. Если в образце действуют сжимающие остаточные напряжения, то глубина индентирования будет меньше, чем при аналогичном испытании исходного материала.

Подходы, представленные компанией Frontics по определению физико-механических характеристик и остаточных напряжений, описаны в стандарте [64].

Метод корреляции диаграммы растяжения по результатам вдавливания развивался на основе работы Д. Табора, проведенной в 1940 г., которая была опубликована в 1951 г. В 1960 г. метод теоретически обосновал Ф. Маклинток, а в 1980 г. численно описал Ф. Хэгэг. Исследователи компании Frontics, по мнению Ф. Хэгэга, в 2003 г. ошибочно описали метод сферического вдавливания, так как деформацию материала определяли при внедрении сферы на полный радиус, вместо положенного 30 %-ного внедрения, как в методе компании АВИ. Такой подход, по утверждению профессора Ф. Хэгэга, не имеет физического смысла и дает 30 %-ную ошибку [98].

Физико-механические характеристики материалов определяют с помощью твердомеров при статическом инструментальном индентировании (наравне с автоматическим индентированием шара при частичной разгрузке).

В России распространены переносные твердомеры, которые позволяют контролировать физико-механические характеристики методом Марковца (приборы МЭИ-Т5 и МЭИ-Т7) [101]. Инденторы таких твердомеров имеют сферическую форму и в зависимости от глубины вдавливания позволяют измерить различную контактную деформацию  $\psi$ . Это дает возможность получить диаграмму вдавливания одним индентором в координатах «контактное напряжение–контактная деформация». На рис. 5 представлена диаграмма вдавливания, полученная твердомером МЭИ в координатах «напряжение НВ–деформация  $\psi^{ВД}$ », и аналогичная ей диаграмма растяжения в координатах «напряжение  $\sigma$ –деформация  $\psi^{рас}$ » для стали 20 в области пластической деформации.

Статическое сферическое вдавливание используется в твердомерах немецкой фирмы Mubatec, которые для расчета физико-механических характеристик используют нейронные сети. По нейросетевой и феноменологической методикам кривые индентирования переводят в диаграммы растяжения материала [32].

По стандарту [62] нейросетевая методика требует использования большого количества диаграмм вдавливания (не менее 200), полученных с помощью твердомеров МКЭ. Испытание на растяжение следует проводить при «мягком» или «жестком» нагружении [102–106]. Регистрируют перемещение индентора и соответствующее ему усилие. После получения в ходе эксперимента диаграммы растяжения материала

генерируют с отклонением в 10 % расчетные диаграммы деформирования, у которых отличается одна или несколько физических и механических характеристик. Для каждой из таких диаграмм задают условия для конечно-элементного расчета, с помощью которого можно построить диаграммы вдавливания. Таким образом получают соответствующие друг другу диаграммы растяжения и вдавливания.

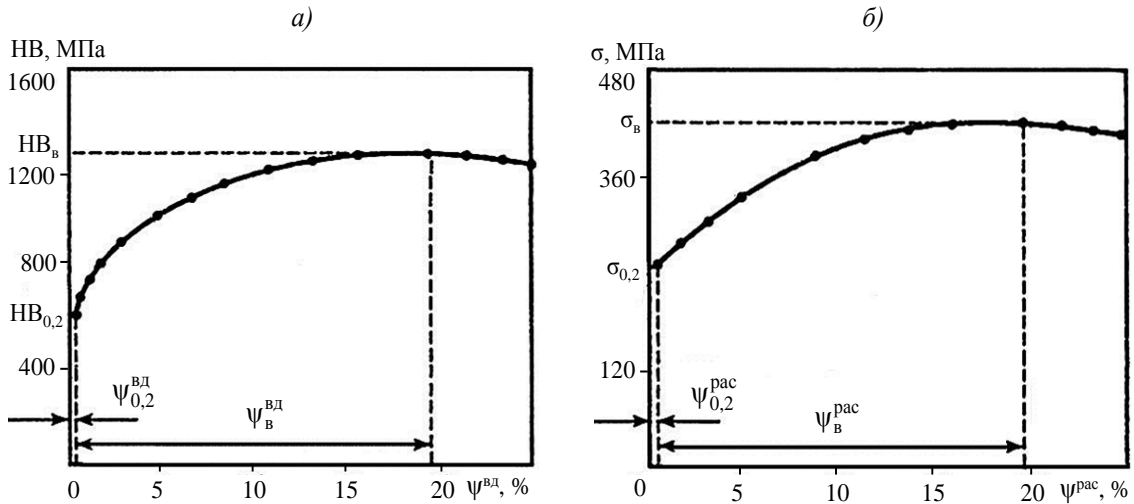


Рис. 5. Диаграмма вдавливания (а), полученная на твердомере МЭИ, и соответствующая ей диаграмма растяжения (б) для стали 20 в области пластической деформации [101]

Трудоемкий процесс конечно-элементных расчетов в работе [66] предлагается заменить аналитической методикой пересчета кривой индентирования в кривую растяжения или в обратном порядке (пересчет кривой растяжения в кривую вдавливания) для дальнейшего применения этих расчетов для обучения нейронной сети. Эти пары диаграмм «растяжение–вдавливание» могут использоваться в нейронной сети, способной для каждой экспериментальной диаграммы индентирования материала построить подходящую диаграмму растяжения и определить ее физико-механические свойства.

### Заключения

Наибольшее распространение при определении механических характеристик материалов методом индентирования получили методы вдавливания шара, которые позволяют определять степень деформации исследуемого материала по мере углубления индентора.

Американская компания АТС и корейская компания Frontics являются лидерами среди производителей систем инструментального индентирования для расчета физико-механических характеристик материалов, которые используют метод частичной разгрузки.

Отечественные разработчики ручных твердомеров (разрабатывает университет МЭИ), которые осуществляют единичное вдавливание сферического индентора без промежуточных разгрузок и для расчета физико-механических характеристик, реализуют методику Марковца.

Следует отметить твердомеры немецкой фирмы Mubates, которые также осуществляют статическое сферическое вдавливание, но диаграммы единичного индентирования перестраивают в диаграммы растяжения материала по феноменологической и нейросетевой методикам.

## Библиографический список

1. Каблов Е.Н. ВИАМ: Материалы нового поколения для ПД-14 // Крылья Родины. 2019. № 7–8. С. 54–58.
2. Каблов Е.Н. Материалы нового поколения и цифровые технологии их переработки // Вестник Российской академии наук. 2020. Т. 90. № 4. С. 331–334.
3. Бузник В.М., Каблов Е.Н., Кошурина А.А. Материалы для сложных технических устройств арктического применения // Научно-технические проблемы освоения Арктики. М.: Наука, 2015. С. 275–285.
4. Ерасов В.С., Орешко Е.И. Испытания на усталость металлических материалов (обзор). Часть 1. Основные определения, параметры нагружения, представления результатов испытаний // Авиационные материалы и технологии. 2020. № 4 (61). С. 59–70. DOI: 10.18577/2071-9140-2020-0-4-59-70.
5. Солнцев Ю.П., Пряхин Е.И. Материаловедение: учебник для вузов. Изд. 7-е. СПб.: Химиздат, 2020. 784 с.
6. Ерасов В.С., Орешко Е.И. Оценка качества материалов при испытаниях на ползучесть // Электрометаллургия. 2020. № 9. С. 30–39.
7. Ерасов В.С., Орешко Е.И. Испытания на усталость металлических материалов (обзор). Часть 2. Анализ уравнения Басквина–Мэнсона–Коффина. Методики испытаний и обработки результатов // Авиационные материалы и технологии. 2021. № 1 (62). Ст. 08. URL: <http://viam-works.ru> (дата обращения: 07.06.2021). DOI: 10.18577/2071-9140-2021-0-1-80-94.
8. Ерасов В.С., Орешко Е.И. Кратковременная ползучесть при мягком и жестком нагружении // Материаловедение. 2019. № 6. С. 11–17.
9. Марковец М.П., Матюнин В.М., Шабанов В.М. Переносные приборы для измерения твердости и механических свойств // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 1989. Т. 55. № 12. С. 73–76.
10. Орешко Е.И., Уткин Д.А., Ерасов В.С., Ляхов А.А. Методы измерения твердости материалов (обзор) // Труды ВИАМ. 2020. № 1 (85). Ст. 10. URL: <http://viam-works.ru> (дата обращения: 07.06.2021). DOI: 10.18577/2307-6046-2020-0-1-101-117.
11. Колмаков А.Г., Терентьев В.Ф., Бакиров М.Б. Методы измерения твердости: справ. изд. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Интермет Инжиниринг, 2005. 150 с.
12. Хасанов О.Л., Струц В.К., Соколов В.М. и др. Методы измерения микротвердости и трещиностойкости наноструктурных керамик: учеб. пособие. Томск: Томск. политехн. ун-т, 2011. 101 с.
13. Тылевич И.Н., Гликман Л.А. О влиянии остаточных напряжений на твердость металла // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 1968. № 10. С. 1239–1242.
14. Бакиров М.Б., Потапов В.В. Феноменологическая методика определения механических свойств корпусных сталей ВВЭР по диаграмме вдавливания шарового индентора // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2000. Т. 66. № 12. С. 35–44.
15. Бакиров М.Б. Математическое моделирование процесса вдавливания сферы в упругопластическое полупространство // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2001. № 1. С. 37–47.
16. Головин Ю.И. Введение в нанотехнику. М.: Машиностроение, 2007. 496 с.
15. Булычев С.И., Алехин В.П., Шоршоров М.Х. и др. Определение модуля Юнга по диаграмме вдавливания индентора // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 1975. Т. 41. № 9. С. 1137–1141.
17. Новиков Н.В., Дуб С.Н., Булычев С.И. Методы микроиспытаний на трещиностойкость // Заводская лаборатория. 1988. Т. 54. № 7. С. 60–67.
18. Терновский А.П., Алехин В.П., Шоршоров М.Х. и др. О микромеханических испытаниях материалов путем вдавливания // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 1973. № 10. С. 1242–1246.
19. Булычев С.И., Алехин В.П. Метод кинетической твердости и микротвердости в испытании вдавливанием индентора // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 1987. № 53. С. 76–80.

20. Ammar H.R., Haggag F.M., Alaboodi A.S., Al-Mufadi F.A. Nondestructive measurements of flow properties of nanocrystalline Al–Cu–Ti alloy using automated ball indentation (ABI) technique // *Materials Science and Engineering A*. 2018. Vol. 729. No. 27. P. 477–486.
21. Zhang T., Wang S., Wang W. Method to determine the optimal constitutive model from spherical indentation tests // *Results in Physics*. 2018. No. 8. P. 716–727.
22. Lee H., Vimonsatit V., Chindaprasirt P. et al. Creep properties of cement and alkali activated fly ash materials using nanoindentation technique // *Construction Building Materials*. 2018. Vol. 168. P. 547–555.
23. Daphalapurkar N.P., Wang F., Fu B. et al. Determination of mechanical properties of sand grains by nanoindentation // *Experimental Mechanics*. 2011. Vol. 51. No. 5. P. 719–728.
24. Bruns S., Johanns K.E., Rehman H.U. et al. Constitutive modeling of indentation cracking in fused silica // *Journal of the American Ceramic Society*. 2017. Vol. 100. No. 5. P. 1928–1940.
25. Wang F., Fu B., Mirshams R.A., Cooper W. et al. Mechanical properties measurement of sand grains by nanoindentation // *Time Dependent Constitutive Behavior and Fracture/Failure Processes*. New York: Springer, 2011. Vol. 3. P. 121–130.
26. Dutta A.K., Penumadu D. Hardness and modulus of individual sand particles using nanoindentation // *Advances in Measurement and Modeling of Soil Behavior: Conference. Geo-Denver, 2007*. P. 1–10. DOI: 10.1061/40917(236)34.
27. Орешко Е.И., Яковлев Н.О., Уткин Д.А., Ерасов В.С. Оценка повреждаемости алюминиевого сплава В95Т2 методом инструментального индентирования // *Все материалы. Энциклопедический справочник*. 2021. № 4. С. 43–48.
28. Орешко Е.И., Ерасов В.С., Уткин Д.А., Яковлев Н.О. Определение сдвиговой прочности полимерных композиционных материалов при индентировании // *Механика композиционных материалов и конструкций*. 2021. Т. 27. № 1. С. 73–88.
29. Гуляев А.И., Ерасов В.С., Орешко Е.И., Уткин Д.А. Анализ разрушения углепластика при выталкивании мультифиламентного цилиндра // *Клеи. Герметики. Технологии*. 2021. № 1. С. 28–35.
30. Мильман Ю.В., Галанов Б.А., Чугунова С.И., Гончарова И.В. Определение механических свойств малопластичных материалов методом индентирования // *Polish Ceramic Bulletin*. 1996. Is. 50. No. 12. P. 95–102.
31. Гончарова И.В. Определение методом индентирования физико-механических свойств материалов: дис. ... канд. физ.-мат. наук. Киев, 2017. 171 с.
32. Орешко Е.И., Ерасов В.С., Яковлев Н.О., Уткин Д.А. Методы определения механических характеристик материалов с помощью индентирования (обзор) // *Авиационные материалы и технологии*. 2021. № 1 (62). Ст. 10. URL: <http://viam-works.ru> (дата обращения: 07.06.2021). DOI: 10.18577/2071-9140-2021-0-1-104-118.
33. Haggag F.M. Small specimen test techniques applied to nuclear reactor vessel thermal annealing and plant life extension: ASTM STP 1204 // *American Society for Testing and Materials*. 1993. P. 27–44.
34. Haggag F.M., Nastad R.K. Innovative approaches to irradiation damage, and fracture analysis // *The American Society of Mechanical Engineers*. 1989. P. 179–181.
35. Nagarajua S., GaneshKumarb J., Vasantharajab P. et al. Evaluation of strength property variations across 9Cr-1Mo steel weld joints using automated ball indentation (ABI) technique // *Materials Science & Engineering*. 2017. Vol. 695. P. 199–210.
36. Murthy K.L., Mathew M.D. Nondestructive monitoring of structural materials using automated ball indentation (ABI) technique // *Nuclear Engineering and Design*. 2004. Vol. 228. P. 81–96.
37. Chen H., Cai L., Bao C. Equivalent-energy indentation method to predict the tensile properties of light alloys // *Materials and Design*. 2019. Vol. 162. P. 322–330.
38. Ammar H.R., Haggag F.M., Alaboodi A.S. et al. Nondestructive measurements of flow properties of nanocrystalline Al–Cu–Ti alloy using Automated Ball Indentation (ABI) technique // *Materials Science and Engineering*. 2018. Vol. 729. No. 27. P. 477–486.

39. Wang F., Zhao J., Zhu N. et al. A comparative study on Johnson–Cook constitutive modeling for Ti–6Al–4V alloy using automated ball indentation (ABI) technique // *Journal of Alloys and Compounds*. 2015. Vol. 633. P. 220–228.
40. Murty K.L., Haggag F.M. Characterization of strain-rate sensitivity of Sn–5 % Sb solder using ABI testing // *The Minerals, Metals & Materials Society*. 1996. Vol. 1. P. 37–44.
41. Khandelwal H.K., Sharma K., Chhibber R. Mechanical Property Estimation of Similar Weld using Ball Indentation Technique // *Journal of Minerals and Materials Characterization and Engineering*. 2012. No. 11. P. 1095–1100.
42. Haggag F.M., Nanstad R.K., Braski D.N. Structural integrity evaluation based on an innovative field indentation microprobe // *American Society of Mechanical Engineers, Pressure Vessels and Piping Division (Publication) PVP*. New York, 1989. Vol. 170. P. 101–107.
43. Ahn J.H. Derivation of plastic stress-strain relationship from ball indentations examination of strain definition and pileup effect // *Journal of Materials Research*. 2001. Vol. 16. No. 11. P. 3170–3178.
44. Kim S.H., Lee B.W., Choi Y., Kwon D. Quantitative determination of contact depth during spherical indentation of metallic materials – A FEM study // *Materials Science and Engineering A*. 2006. Vol. 415. No. 1–2. P. 59–65.
45. Jang J., Choi Y., Lee Y., Kwon D. Instrumented microindentation studies on long-term aged materials: work-hardening exponent and yield ratio as new degradation indicators // *Materials Science and Engineering A*. 2005. No. 395. P. 295–300.
46. Lee K., Kim K., Kim J. et al. Safety assessment based on mapping of degraded mechanical properties of materials for power plant pipeline using instrumented indentation technique // *Journal of Loss Prevention in the Process Industries*. 2009. No. 22. P. 868–872.
47. Jeon E.C., Baik M.K., Kim S.H. et al. Determining representative stress and representative strain in deriving indentation flow curves based on finite element analysis // *Key Engineering Materials*. 2005. No. 297. P. 2152–2157.
48. Kim J.-Y., Lee K.-W., Lee J.-S., Kwon D. Determination of tensile properties by instrumented indentation technique: representative stress and strain approach // *Surface and Coating Technology*. 2006. No. 201. P. 4278–4283.
49. Lee J.-S., Jang J.-I., Lee B.-W. et al. An instrumented indentation technique for estimating fracture toughness of ductile materials: a critical indentation energy model based on continuum damage mechanics // *Acta Materialia*. 2006. No. 54. P. 1101–1109.
50. Jang J., Son D., Lee Y. et al. Assessing welding residual stress in A335 P12 steel welds before and after stress-relaxation annealing through instrumented indentation technique // *Scripta Materialia*. 2003. No. 48. P. 743–748.
51. ГОСТ 22762–77. Метод измерения твердости на пределе текучести вдавливанием шара. М.: Изд-во стандартов, 1978. 12 с.
52. Марковец М.П. Определение механических свойств материалов по твердости. М.: Машиностроение, 1979. 191 с.
53. Марковец М.П. Исследования в области изменения твердости // *Труды метрологических институтов СССР*. 1967. Вып. 91 (151). С. 58.
54. Mahmoudia A.H., Nourbakhsha S.H. A Neural Networks approach to characterize material properties using the spherical indentation test // *Procedia Engineering*. 2011. No. 10. P. 3062–3067.
55. Tyulyukovskiy E., Huber N. Neural networks for tip correction of spherical indentation curves from bulk metals and thin metal films // *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 2007. No. 55. P. 391–418.
56. Lee H., Huen W., Vimonsatit V., Mendis P. An investigation of nanomechanical properties of materials using nanoindentation and Artificial Neural Network // *Scientific reports*. 2019. No. 9. P. 1–8.
57. Koocheki K. Artificial neural network and finite element modeling of nanoindentation tests on silica // *Civil Engineering Theses, Dissertations, and Student Research*. 2018. No. 7. P. 124.

58. Haj-Ali R., Kim H.K., Koh S.W. et al. Nonlinear constitutive models from nanoindentation tests using artificial neural networks // *International Journal of Plasticity*. 2008. Vol. 24. No. 3. P. 371–396.
59. Chamekh A., Salah H.B., Hambli R. Inverse technique identification of material parameters using finite element and neural network computation // *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*. 2009. Vol. 44. No. 1. P. 173.
60. Tho K.K., Swaddiwudhipong S., Liu Z.S., Hua J. Artificial neural network model for material characterization by indentation // *Modeling and Simulation in Materials Science and Engineering*. 2004. Vol. 12. No. 5. P. 1055.
61. Tyulyukovskiy E., Huber N. Identification of viscoplastic material parameters from spherical indentation data. Part I: Neural Networks // *Journal of Materials Research*. 2006. Vol. 21. P. 664.
62. ГОСТ 56232–2014. Определение диаграммы «напряжение–деформация» методом инструментального индентирования шара. М.: Стандартинформ, 2014. 44 с.
63. ГОСТ Р 8.748–11. Металлы и сплавы. Измерение твердости и других характеристик материалов при инструментальном индентировании. М.: Стандартинформ, 2013. 28 с.
64. ГОСТ Р 57172–2016. Определение поверхностных остаточных напряжений методом инструментального индентирования. М.: Стандартинформ, 2016. 12 с.
65. Туманов А.В., Косов Д.А., Федоренков Д.И. Реализация степенного закона Рамберга–Осгуда в конечно-элементном комплексе ANSYS // *Труды Академэнерго*. 2020. № 1 (58). С. 44–61.
66. Орешко Е.И., Уткин Д.А., Яковлев Н.О., Ерасов В.С. Исследование процессов деформирования металлических и полимерных композиционных материалов при индентировании // *Материалы XII Всерос. конф. по испытаниям и исследованиям свойств материалов «ТестМат» по тематике «Современные аспекты в области исследований структурно-фазовых превращений при создании материалов нового поколения»*. М.: ВИАМ, 2020. С. 326–342.
67. Орешко Е.И., Ерасов В.С., Лашов О.А. и др. Численное исследование несущей способности слоистого материала // *Все материалы. Энциклопедический справочник*. 2019. № 3. С. 16–21.
68. Орешко Е.И., Ерасов В.С., Ястребов А.С. Прогнозирование прочностных и деформационных характеристик материалов при испытаниях на растяжение и ползучесть // *Материаловедение*. 2019. № 2. С. 3–8.
69. Антипов В.В., Орешко Е.И., Ерасов В.С., Серебренникова Н.Ю. Гибридные слоистые материалы для применения в условиях Севера // *Механика композитных материалов*. 2016. Т. 52. № 5. С. 973–990.
70. Орешко Е.И., Ерасов В.С., Качан Д.В., Лашов О.А. Исследования устойчивости стержней и пластин при сжатии с защемленными поперечными кромками // *Труды ВИАМ*. 2018. № 9 (69). Ст. 07. URL: <http://viam-works.ru> (дата обращения: 07.06.2021). DOI: 10.18577/2307-6046-2018-0-9-61-70.
71. Орешко Е.И., Ерасов В.С. Численные исследования устойчивости пластин с шарнирно закрепленными поперечными кромками // *Деформация и разрушение материалов*. 2018. № 6. С. 7–11.
72. Давиденков Н.Н. Некоторые проблемы механики материалов. Л.: Лениздат, 1943. 152 с.
73. Sharma V., Doerr N., Aswath P.B. Chemical-mechanical properties of tribofilms and their relationship to ionic liquid chemistry // *RSC Advances*. 2016. Vol. 6. No. 27. P. 341–356.
74. Инструкция по определению механических свойств металла оборудования атомных станций безобразцовыми методами по характеристикам твердости РД ЭО 0027-2005 / ФГУП Концерн «Росэнергоатом». С. 47. URL: <https://files.stroyinf.ru/Data2/1/4293828/4293828800.pdf> (дата обращения: 05.11.2020).
75. Khandelwal H.K. Evaluation of Mechanical Behavior of Nuclear Component Materials Using Automated Ball Indentation Approach. Patiala: Thapar University, 2011. 85 p.
76. Sharma K., Bhasin V., Vaze K.K., Ghosh A.K. Numerical simulation with finite element and artificial neural network of ball indentation for mechanical property estimation // *Sadhana – Academy Proceedings in Engineering Sciences*. 2011. Vol. 36. No. 2. P. 181–192.



77. Stefan J., Kopriva R., Siegl J. Comparison of Conventional Mechanical Testing with Innovative Techniques for Determination of Mechanical Properties of Nuclear Power Plant Components Materials // *Applied Mechanics Materials*. 2015. Vol. 784. P. 452–459.
78. Syngellakis S., Habbab H., Mellor B.G. Finite element simulation of spherical indentation experiments // *The International Journal of Computational Methods and Experimental Measurements*. 2018. Vol. 6. No. 4. P. 749–763.
79. Жилкин В.А. Азбука инженерных расчетов в MSC Patran-Nastran-Marc: учеб. пособие. СПб.: Проспект Науки, 2013. 576 с.
80. Шабуневич В.И. Расчеты конечно-элементной модели соединения металлических листов внахлест // *Вопросы электромеханики*. 2011. Т. 123. С. 9–12.
81. Чумаченко Е.Н., Полякова Т.В., Аксенов С.А. и др. Математическое моделирование в нелинейной механике. М.: Ин-т космич. исследований РАН, 2009. 43 с.
82. Басов К.А. Графический интерфейс комплекса ANSYS. М.: ДМК Пресс, 2006. 248 с.
83. Боровков А.И. Возможности системы конечно-элементного моделирования ANSYS/LS-DYNA // *Сб. материалов I Междунар. конф. пользователей программного обеспечения ANSYS E. M.*: ЕМТ–ANSYS-центр, 2003. С. 128–136.
84. Чигарев А.В., Кравчук А.С., Смалюк А.Ф. ANSYS для инженеров: справ. пособие. М.: Машиностроение-1, 2004. 512 с.
85. Котов А.Г. Основы моделирования в среде ANSYS: учеб. пособие. Пермь: Перм. гос. техн. ун-т, 2008. 200 с.
86. Кравчук А.С., Смалюк А.Ф., Кравчук А.И. Электронная библиотека механики и физики: лекции по ANSYS с примерами решения задач: в 5 ч. Минск: БГУ, 2013. Ч. 5. С. 105.
87. Журавков М.А., Романова Н.С. Определение физико-механических свойств биоматериалов на основе данных наноиндентирования и моделей дробного порядка // *Российский журнал биомеханики*. 2016. Т. 20. № 1. С. 8–27.
88. Tabor D. A Simple Theory of Static and Dynamic Hardness // *Proceedings of the Royal Society of London. Series A: Mathematical and Physical Sciences*. 1948. Vol. 192. No. 1029. P. 247–274.
89. Lee J.H., Kim T., Lee H. A study on robust indentation techniques to evaluate elastic-plastic properties of metals // *International Journal of Solids and Structures*. 2010. Vol. 47. No. 5. P. 647–664.
90. Oliver W.C., Pharr G.M. An improved technique for determining hardness and elastic modulus using load and displacement sensing indentation experiments // *Journal of Materials Research*. 1992. Vol. 6. P. 1564–1583.
91. Галанов Б.А., Дуб С.Н. Критические комментарии к методике Оливера–Фара для измерения твердости и упругого модуля посредством инструментального индентирования и уточнение ее базисных соотношений // *Сверхтвердые материалы*. 2017. № 6. С. 3–24.
92. Головин Ю.И. Наноиндентирование и механические свойства твердых тел в субмикробъемах, тонких приповерхностных слоях и пленках (обзор) // *Физика твердого тела*. 2008. Т. 50. Вып. 12. С. 2113–2142.
93. Field indentation microprobe for structural integrity evaluation: pat. US 4852397; filed 15.05.89; publ. 20.09.90.
94. Lee H., Haeng Lee J., Pharr G.M. A numerical approach to spherical indentation techniques for material property evaluation // *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 2005. Vol. 53. No. 9. P. 2037–2069.
95. Федосов С.А., Пешек Л. Определение механических свойств материалов микроиндентированием: Современные зарубежные методики. М.: МГУ, 2004. 100 с.
96. Byun T.S., Kim J.W., Hong J.H. A Theoretical Model for Determination of Fracture Toughness of Reactor Pressure Vessel Steels in the Transition Region from Automated Ball Indentation Test // *Journal of Nuclear Materials*. 1998. Vol. 252. No. 3. P. 67–82.
97. Огар П.М., Горохов Д.Б. Обзор методов определения упругопластической деформации при внедрении сферы // *Системы. Методы. Технологии*. 2015. № 3 (27). С. 15–22.
98. Haggag F. Automated Ball Indentation (ABI) versus Instrumented Indentation Testing (ИИТ). 2015. URL: [https://www.researchgate.net/publication/282878842\\_Automated\\_Ball\\_Indentation\\_R\\_ABI\\_R\\_versus\\_Instrumented\\_Indentation\\_Testing\\_ИИТ](https://www.researchgate.net/publication/282878842_Automated_Ball_Indentation_R_ABI_R_versus_Instrumented_Indentation_Testing_ИИТ) (дата обращения: 04.06.2021).

99. Fast and Precise Solutions for quality and reliability // Frontics America Inc.: сайт. URL: <http://www.frontics.com/index.php1144> (дата обращения: 31.05.2021).
100. Determination of fictitious strain-hardening exponent, strength coefficient, yield strength and tensile strength using continuous indentation test: pat. KR100643193B1; filed 06.10.05; publ. 28.02.07.
101. Матюшин В.М., Марченков А.Ю., Волков П.В., Демидов А.Н. Диагностика механических свойств материалов по диаграммам индентирования на разных масштабных уровнях // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2015. Т. 81. № 4. С. 47–52.
102. Бойченко Н.В. Амплитудные коэффициенты в области вершины трещины при мягком и жестком нагружении в условиях ползучести // Труды Академэнерго. 2007. № 3. С. 95–102.
103. Трель Г.В. Одномерная модель жесткого нагружения материала с аномальными механическими свойствами // Материаловедение. 2011. № 11. С. 46–49.
104. Шлянников В.Н., Бойченко Н.В., Ильченко Б.В. Анализ НДС области вершины трещины в вязкоупругом пластичном материале при симметричном мягком и жестком нагружении // Известия высших учебных заведений. Проблемы энергетики. 2003. № 11–12. С. 139–151.
105. Ерасов В.С., Автаев В.В., Орешко Е.И., Яковлев Н.О. Преимущества «жесткого» нагружения при испытаниях на статическое и повторно-статическое растяжение // Труды ВИАМ. 2018. № 9 (69). Ст. 10. URL: <http://viam-works.ru> (дата обращения: 07.06.2021). DOI: 10.18577/2307-6046-2018-0-9-92-104.
106. Горбовец М.А., Базылева О.А., Беяев М.С., Ходинев И.А. Малоцикловая усталость монокристаллического интерметаллидного сплава типа ВКНА в условиях «жесткого» нагружения // Металлург. 2014. № 8. С. 111–114.