

УДК 620.1:669.018.29

Н.Ю. Подживотов<sup>1</sup>**МИНИМАЛЬНЫЕ ОБЪЕМЫ ВЫБОРОК  
ДЛЯ ОЦЕНКИ НАЧАЛЬНЫХ МОМЕНТОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ  
ПРЕДЕЛА ПРОЧНОСТИ ПРИ РАСТЯЖЕНИИ ОБРАЗЦОВ  
МЕТАЛЛИЧЕСКИХ КОНСТРУКЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ**

DOI: 10.18577/2713-0193-2021-0-2-103-114

*Представлено обоснование минимальных объемов выборок (количества образцов испытаний), необходимых для оценки с заданной вероятностью начальных моментов распределения предела прочности при растяжении стандартных образцов основных типов конструкционных материалов: алюминиевых и титановых сплавов и ряда сталей. Показано, что минимальные объемы выборок для оценки начальных моментов распределения – математического ожидания и среднего квадратического отклонения предела прочности при растяжении – существенно зависят от коэффициента вариации экспериментальных данных, а также от требований, предъявляемых к точности получаемых оценок. Сформулирована гипотеза существования «условной генеральной совокупности».*

**Ключевые слова:** малые выборки, оценка свойств материалов, экспериментальные данные, уровни свойств характеристик материалов, анализ данных, авиационные конструкционные металлические материалы.

N.Yu. Podzhivotov<sup>1</sup>**THE MINIMUM SAMPLES AMOUNTS FOR AN ASSESSMENT  
OF THE INITIAL MOMENTS OF DISTRIBUTION OF TENSILE ULTIMATE  
STRENGTH FOR THE SAMPLES OF STRUCTURAL METALLIC MATERIALS**

*The paper considers a justification of the minimum samples amounts (quantity samples of tests) necessary for an assessment with the pre-set probability of the initial moments of distribution of tensile ultimate strength for the standard samples of the main types of structural metallic materials: aluminum and titanium alloys and some steels. It has been demonstrated that the minimum amount of samples for the assessment of the initial moments of distribution – expected value and standard deviation of tensile strength – significantly depends on factors of variation of experimental data, as well as on the requirements imposed to the accuracy of the received estimates. There has also been formulated a hypothesis of «conditional general sample».*

**Keywords:** small samples, assessment of properties of the materials, experimental data, properties levels of the materials' characteristics, data analysis, aircraft structural metallic materials.

<sup>1</sup>Федеральное государственное унитарное предприятие «Всероссийский научно-исследовательский институт авиационных материалов» Государственный научный центр Российской Федерации [Federal State Unitary Enterprise «All-Russian Scientific Research Institute of Aviation Materials» State Research Center of the Russian Federation]; e-mail: admin@viam.ru

**Введение**

Экспериментальное определение и подтверждение уровней свойств конструкционных материалов является неотъемлемой частью моделирования и проектирования авиационных конструкций. Очевидно, что чем точнее и надежнее при

испытаниях определены уровни свойств конструкционного материала, тем эффективнее будет его использование в конструкции воздушного судна.

Объем выборок экспериментальных данных (или объем испытаний) существенно влияет на достоверность и точность оцениваемых уровней свойств конструкционных материалов. Повышение точности и статистической надежности выборочных оценок напрямую связывают с увеличением объема выборок, т. е. считается, что чем больше объем экспериментальных данных, тем больше надежность получаемых оценок. Необходимо отметить, что для получения корректных, статистически надежных и обоснованных оценок уровней свойств авиационных материалов в случае серийного производства полуфабрикатов и однотипных конструкций при формировании выборок важным является не только объем испытаний, но и в первую очередь представительность экспериментальных данных (количество плавок, партий и т. д.).

Поскольку процесс изготовления плавок, партий полуфабрикатов, образцов для испытаний и проведение самих испытаний в большинстве случаев носит длительный и периодический характер, то и накопление статистических данных, формирование выборок экспериментальных данных большого объема представляет собой весьма продолжительный процесс, который подразумевает последовательное, ступенчатое объединение предыдущих результатов испытаний, полученных, как правило, на выборках небольшого объема. Поэтому чем точнее и эффективнее проведена оценка уровней свойств в условиях малых выборок, тем надежнее и эффективнее в дальнейшем будут оценки уровней свойств объединенных выборок экспериментальных данных.

В связи с этим в условиях конкурентного проектирования авиационных конструкций, растущих требований по оперативному внедрению новых и эффективных (по уровням свойств) марок материалов [1–5], задача надежной статистической оценки уровней свойств конструкционных материалов в условиях ограниченного объема экспериментальных данных является актуальной. Известно, что в зависимости от характеристики материала (например, модуль упругости, предел прочности при растяжении), от его марки, вида полуфабриката и т. д., экспериментальные данные имеют различные разбросы значений – дисперсии выборочных значений [6–13]. В общем случае (особенно при больших объемах данных) разброс экспериментальных значений для различных характеристик, марок материалов и т. д. может быть отнесен к одному из известных параметрических законов распределения. При этом уровни гарантированных (для заданной вероятности) значений характеристик материалов определяются через параметры закона распределения или, другими словами, через начальные моменты выборочных значений [14–17].

Минимальные объемы выборок должны определяться для конкретной характеристики, марки материала и вида полуфабриката, чтобы в условиях ограниченного объема испытаний оценить с заданной вероятностью параметры закона распределения и затем получить на их основе максимально точные для данного объема значения оценок уровней свойств конструкционных материалов. При этом, очевидно, что если для одной марки материала или полуфабриката, в рамках проведения одного вида испытаний одновременно определяется несколько характеристик, то в качестве минимального объема испытаний должен выбираться наибольший из минимальных объемов выборок для определяемых характеристик.

### Материалы и методы

Оценка минимального, т. е. необходимого и достаточного, объема выборок экспериментальных данных проводилась на примере количественной оценки уровня

свойств одной из основных характеристик статической прочности авиационных конструкционных материалов – предела прочности при растяжении.

Необходимым и достаточным объемом выборок экспериментальных данных будет считаться такой минимальный объем выборки, который, во-первых, является достаточным для корректного применения используемого статистического метода или подхода, т. е. достаточным для обеспечения точности результатов анализа не ниже заданной, и, во-вторых, такой объем, который является необходимым для достоверной, статистически надежной (с вероятностью не менее 95 %) оценки уровня значений начальных моментов заданной характеристики в рамках применяемого статистического метода.

Минимальный объем выборок экспериментальных данных определялся для основных авиационных металлических конструкционных материалов – сталей, алюминиевых и титановых сплавов – по результатам испытаний на растяжение стандартных образцов, проводимых во ФГУП «ВИАМ» в разные годы.

Объединенные выборки экспериментальных значений предела прочности были сформированы по каждому типу материала для основных марок материалов и полуфабрикатов вне зависимости от фактического (экспериментального) уровня свойств предела прочности.

В статье [18] для рассматриваемых объединенных выборок значений предела прочности при растяжении автором определены основные статистики и показано, что данные выборки не противоречат гипотезе об их принадлежности к нормальному закону распределения.

Определение минимальных объемов выборок для предела прочности при растяжении всех рассматриваемых типов материалов проводилось по оценке начальных моментов случайной величины: математического ожидания и среднего квадратического отклонения (СКО), основываясь на методике, указанной в работе [19].

Пусть  $n_a$  – минимальный объем выборки для получения оценки математического ожидания, а  $n_\sigma$  – минимальный объем выборки для получения оценки СКО. Если определены значения  $n_a$  и  $n_\sigma$ , то для получения достоверных (с заданной точностью результата или, другими словами, с ошибкой, не превышающей заданную) оценок математического ожидания и СКО выборок экспериментальных данных в качестве минимального объема выборок ( $n_{\min}$ ) из двух значений  $n_a$  и  $n_\sigma$  должно быть выбрано наибольшее значение.

Минимальный объем выборки  $n_a$  для оценки математического ожидания характеристики, распределение которой подчинено нормальному закону распределения, определялся по формуле

$$n_a = \frac{\gamma^2}{\Delta_a^2} z_{1-\alpha/2}^2, \quad (1)$$

где  $\gamma$  – коэффициент вариации предела прочности при растяжении для генеральной совокупности;  $\Delta_a$  – максимальная относительная ошибка при оценке математического ожидания в долях среднего значения определяемой характеристики;  $z_{1-\alpha/2}$  – квантиль уровня вероятности  $P$  нормированной нормально распределенной случайной величины;  $P = 1-\alpha/2$  – статистическая надежность или вероятность непревышения фактической ошибкой при оценке среднего значения характеристики максимальной ошибки  $\Delta_a$  (по модулю) уровня значимости  $\alpha$ ;  $a$  – математическое ожидание определяемой характеристики.

Необходимо отметить, что если рассматривать малые выборки (в данном случае – до 30 значений), то вместо нормального распределения и выражения (1) справедливо использовать распределение Стьюдента:

$$n_a = \frac{v^2}{\Delta_a^2} t_{\alpha,k}^2, \quad (2)$$

где  $v$  – выборочный коэффициент вариации определяемой характеристики механических свойств;  $t_{\alpha,k}$  – квантиль распределения Стьюдента уровня зависимости  $\alpha$  для числа степеней свободы  $k = n - 1$ .

Минимальный объем выборки  $n_\sigma$  для оценки СКО предела прочности при растяжении для рассматриваемых типов материалов определялся как  $n_\sigma = k + 1$  при условии выполнения равенства

$$(1 + \Delta_\sigma)^2 = \frac{\chi_{\alpha/2}^2}{\chi_{0,5}^2}, \quad (3)$$

где  $\Delta_\sigma$  – допустимая максимальная относительная ошибка при оценке СКО случайной величины при нормальном распределении;  $\chi_{\alpha/2}^2$  и  $\chi_{0,5}^2$  – квантили распределения Пирсона ( $\chi^2$ ) уровня  $P = \alpha/2$  и  $P = 0,5$  соответственно.

Распределение  $\chi^2$ , или распределение Пирсона, так же как и распределение Стьюдента, справедливо для оценки характеристик при малых по объему выборках, а при увеличении объема данных также сходится к нормальному распределению, но медленнее, чем распределение Стьюдента.

Из выражений (1)–(3) следует, что для определения минимального объема выборки  $n_{\min}$  необходимо иметь численные значения максимально допустимых относительных ошибок  $\Delta_a$  и  $\Delta_\sigma$ . Максимально допустимые ошибки определяют необходимую точность получаемых результатов и могут быть либо заданы, либо вычислены через доверительные интервалы, соответствующие доверительной вероятности, принимаемой для оценок характеристик механических свойств полуфабрикатов. Численные значения относительной ошибки  $\Delta_a$  также могут быть определены через коэффициенты вариации генеральной (условной генеральной) совокупности  $\gamma$  или через коэффициент вариации ограниченной по объему выборки  $v$ . В случае нормального закона распределения значения  $\Delta_a$  определяются как  $\Delta_a = 0,45\gamma$  – для средней точности и как  $\Delta_a = 0,25\gamma$  – для высокой точности [19].

В общем случае независимо от типа материала  $\gamma$  является неизвестной величиной, но можно предположить, что для конкретной характеристики одной марки материала и одного вида полуфабриката значение  $\gamma$  является величиной неизменной. В отличие от  $\gamma$ , коэффициент вариации ограниченных по объему выборок  $v$  будет постоянно меняться по мере накопления статистических данных и формирования условной генеральной совокупности.

В качестве гипотезы при переходе от термина «ограниченная выборка» к термину «условная генеральная совокупность» можно утверждать, что совокупность значений не является «условной генеральной совокупностью» до тех пор, пока увеличение объема данной выборки приводит к значимому изменению ее коэффициента вариации. Другими словами, совокупность данных, для которой любое ее дополнение новыми однородными экспериментальными данными не влияет на величину или на значимое изменение коэффициента вариации, можно считать условной генеральной совокупностью, т. е. если  $v(n) \rightarrow \text{const}$ , то  $v \equiv \gamma$ .

Под термином «условная генеральная совокупность» в данном случае понимается не гипотетическая генеральная совокупность в ее классическом определении, состоящая из бесконечного числа случайных событий, а совокупность значений конечного (хотя и достаточно большого) числа случайных событий ( $\gg 100$ ).

Такое допущение при использовании термина «условная генеральная совокупность» вполне справедливо для механических характеристик прочности, подчиненных, как правило, нормальному закону распределения, поскольку выборки экспериментальных значений объемом  $>100$  в большинстве случаев (особенно для металлических конструкционных материалов) при постепенном увеличении экспериментальных данных, а также при условии соблюдения технологий производства полуфабрикатов, изготовления образцов и т. д. позволяют утверждать об уменьшении дисперсии экспериментальных значений и их схождению к медиане.

При этом, как отмечалось ранее, а также в статье [20], важно, как именно формируется объединенная выборка или условная генеральная совокупность.

В первом случае такая совокупность (объединенная выборка) может формироваться только по результатам испытаний образцов из одного вида полуфабриката и одной марки материала.

Во втором случае объединенная выборка может быть сформирована по результатам испытаний одного вида полуфабриката, но по нескольким (в общем случае по  $n$ ) маркам материала одного типа – например, для листов высокопрочных алюминиевых сплавов, плит из титана или стальных стержней.

В третьем, самом общем случае объединенная выборка может быть сформирована вне зависимости от вида полуфабриката и марки материала и будет содержать экспериментальные значения только по одному типу конструкционного материала. Примеры формирования объединенных совокупностей для первого, второго и третьего случаев с определением основных статистических параметров таких выборок выполнены автором для некоторых типов материалов в работе [18].

Можно предположить, что для любых конструкционных материалов коэффициент вариации объединенной выборки третьего типа будет значительно больше, чем коэффициент вариации для объединенной выборки второго типа, а коэффициент вариации объединенной выборки второго типа в свою очередь будет больше коэффициента вариации для объединенной выборки первого типа при условии стабильно высокого качества производства полуфабрикатов, изготовления образцов, проведения испытаний и т. д.

Для рассматриваемого примера типовые зависимости коэффициента вариации выборок экспериментальных значений предела прочности при растяжении образцов из алюминиевых и титановых сплавов и сталей, объединенных по указанным типам, представлены на рис. 1.

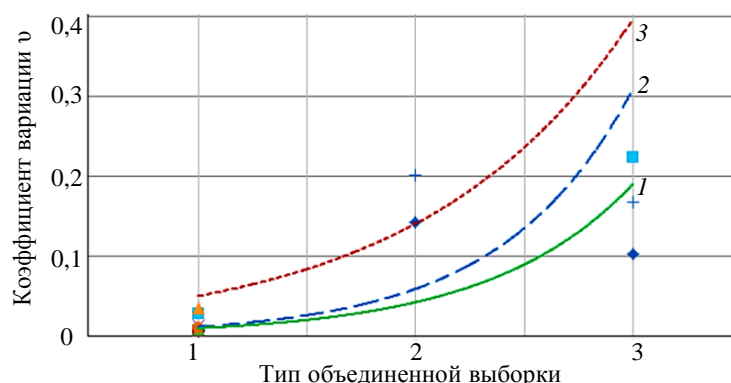


Рис. 1. Зависимость коэффициента вариации для трех типов объединенных выборок экспериментальных значений предела прочности при растяжении образцов для алюминиевых (1), титановых (2) сплавов и сталей (3)

Из выражений (1) и (2) следует, что чем больше коэффициент вариации условной генеральной совокупности  $\gamma$  или  $\upsilon$  для объединенной выборки, тем больше будет и минимальный объем выборки для оценки среднего значения.

Для определения объема минимальной выборки (выборки, необходимой и достаточной для обоснованной оценки уровня свойств заданной характеристики) предпочтительно иметь достаточно статистических данных, объединяющих экспериментальные данные по первому типу, но, как правило, объем экспериментальных данных таких выборок (по каждому виду полуфабриката отдельной марки материала) весьма ограничен, в то время как объем выборок, объединенных по второму и/или третьему типу будет значительным и может быть получен простым объединением достаточно большого количества экспериментальных данных для одного типа материала.

С одной стороны, второй и тем более третий тип объединения данных (по сравнению с первым типом) из-за более высоких значений коэффициента вариации дадут заведомо завышенные объемы минимальных выборок, но, с другой стороны, увеличение объемов выборок позволит более точно оценить параметры распределений, а соответственно, и уровни значений заданных характеристик. Более высокие объемы минимальных выборок также будут способствовать более быстрому формированию условной генеральной совокупности для того или иного материала по первому типу, что в дальнейшем должно способствовать уменьшению коэффициента вариации и объема минимальных выборок без потери точности и надежности при определении статистических оценок уровней значений характеристик материала.

В данном случае минимальные объемы выборок для оценки начальных моментов распределения значений предела прочности при растяжении определены по ранее полученным автором в работе [18] коэффициентам вариации:

– для выборок, сформированных по первому типу, т. е. по каждой марке материала (тип полуфабриката – лист), для алюминиевых сплавов Д16, АК4-1ч., 1163-РДТВ, В-1480; сталей ВНС72-Ш, 03Х11Н10М2Т, а также ряда титановых сплавов ВТ6, ВТ8, ВТ23 и ВТ43 (табл. 1);

– для выборок, сформированных по второму типу для разных марок материалов одного типа (для алюминиевых и титановых сплавов, сталей), но для одного типа полуфабриката – лист (табл. 2);

– для объединенных выборок, сформированных по третьему типу, для основных конструкционных материалов – алюминиевых сплавов, сталей и титановых сплавов (табл. 3).

Таблица 1

**Коэффициенты вариации предела прочности при растяжении для различных марок материалов (полуфабрикат – лист)**

Тип материала	Марка материала	Направление вырезки образцов	Коэффициент вариации $\upsilon$ (тип I)
Алюминиевые сплавы	Д16	Д	0,005
	АК4-1ч.	Д	0,005
	1163-РДТВ	Д	0,008
		П	0,012
	В-1480	Д	0,007
П		0,009	
Стали	ВНС72-Ш	Д	0,028
	03Х11Н10М2Т	Д	0,034
Титановые сплавы	ВТ6	Д	0,006
	ВТ8	Д	0,008
	ВТ23	Д	0,007
	ВТ43	Д	0,005

Таблица 2

**Коэффициенты вариации предела прочности при растяжении  
различных типов материалов (полуфабрикат – лист)**

Тип материала	Количество марок материала	Объем выборки	Коэффициент вариации $v$ (тип II)
Алюминиевые сплавы	7	529	0,143
Стали	4	44	0,442
Титановые сплавы	9	110	0,202

Таблица 3

**Коэффициенты вариации предела прочности при растяжении  
различных видов полуфабрикатов и конструкционных материалов**

Тип материала	Количество марок материала	Объем выборки	Коэффициент вариации $v$ (тип III)
Алюминиевые сплавы	8	799	0,103
Стали	26	310	0,224
Титановые сплавы	18	555	0,167

При определении в соответствии с выражением (2) минимального объема выборок  $n_a$  для оценки первого начального момента распределения значений предела прочности при растяжении в качестве коэффициента вариации объединенных выборок использованы приближенные значения коэффициента вариации для третьего типа в соответствии с зависимостями, представленными на рис. 1: 0,2 – для алюминиевых сплавов; 0,3 – для титановых сплавов; 0,4 – для сталей.

Значения максимальных относительных ошибок  $\Delta_a$  определяли для высокой точности как  $0,25v$ . Значения квантилей распределения Стьюдента ( $t_{\alpha, k}$ ) для уровня значимости  $\alpha = 0,1$  ( $P = 95\%$ ) и числа степеней свободы  $k = n - 1$  определяли из справочных таблиц.

При оценке минимального объема выборки важным является количество образцов или объем выборки, на основе которой проведен предварительный статистический анализ данных, т. е. важно, на каком начальном объеме выборки экспериментальных данных получен коэффициент вариации.

Большинство экспериментальных данных для предварительной оценки предела прочности при растяжении формируется, как правило, по результатам испытаний от 5 до 10 стандартных образцов одной партии.

При увеличении количества испытаний образцов одной партии (полуфабриката) точность (уменьшение ошибки  $\Delta_a$ ) оценок начальных моментов распределения значений характеристик должна увеличиваться за счет уменьшения коэффициента вариации. Следовательно, будет сокращаться и минимальный объем выборок, необходимый для оценки начальных моментов. Но необходимо иметь в виду, что при увеличении объема испытаний различных партий, наоборот, будет происходить увеличение коэффициента вариации и, соответственно, увеличение необходимого минимального объема выборок.

В качестве примера на рис. 2 приведены зависимости минимального объема выборок для оценки математического ожидания предела прочности при растяжении алюминиевых сплавов от коэффициента вариации  $v$ , относительной ошибки  $\Delta_a$  и уровня значимости  $\alpha$ . Для примера, показанного на рис. 2, коэффициенты вариации  $v$  определены по результатам испытаний выборок из 5 стандартных образцов.

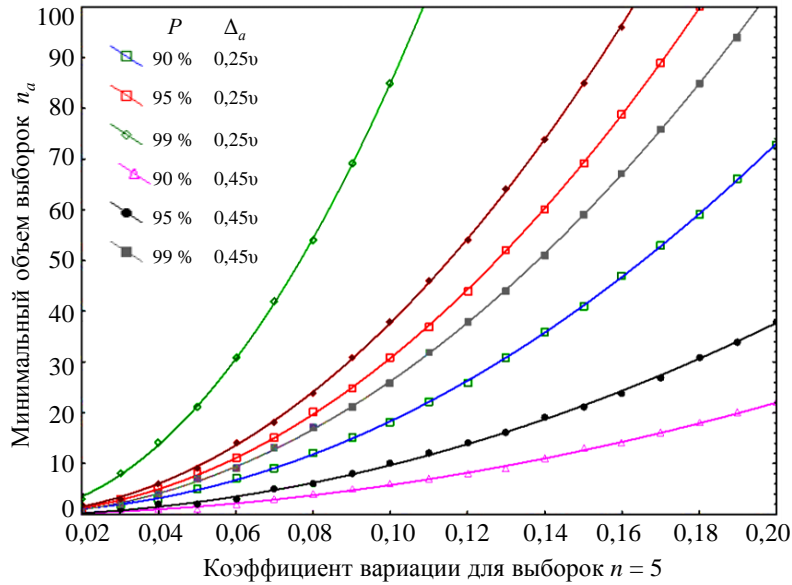


Рис. 2. Пример зависимости минимального объема выборок для оценки математического ожидания от коэффициента вариации \$v\$, относительной ошибки \$\Delta\_a\$ и уровня значимости \$\alpha\$

Для обеспечения заданной точности оценки первого начального момента распределения выборки – математического ожидания при заданных: коэффициенте вариации (табл. 3), максимальной ошибке \$\Delta\_a\$ и уровне значимости \$\alpha = 0,1\$ (квантиль \$z\_{0,95} = 1,645\$), согласно выражениям (1) и (2), определяем минимальные объемы выборок \$n\_a\$:

- для алюминиевых сплавов

$$\text{для } \Delta_a = 0,05, n_a = \left( \frac{0,103 \cdot 1,645}{0,05} \right)^2 = 11;$$

- для титановых сплавов

$$\text{для } \Delta_a = 0,075, n_a = \left( \frac{0,167 \cdot 1,645}{0,075} \right)^2 = 13;$$

- для сталей

$$\text{для } \Delta_a = 0,1, n_a = \left( \frac{0,224 \cdot 1,645}{0,1} \right)^2 = 14.$$

В качестве примера для определения минимальных объемов выборок по объединенным выборкам второго типа (рис. 1) для уровня значимости \$\alpha = 0,1\$ итерационно подбираем значение \$n\$ по заданным значениям \$\Delta\_a\$ и в соответствии с уравнением (2) получаем \$n\_a\$:

- для алюминиевых сплавов

$$\Delta_a = \frac{0,045}{\sqrt{5}} 2,132 = 0,043 < 0,05 \rightarrow n_a = 5;$$

- для титановых сплавов

$$\Delta_a = \frac{0,06}{\sqrt{4}} 2,353 = 0,049 < 0,075 \rightarrow n_a = 4;$$



– для сталей

$$\Delta_a = \frac{0,14}{\sqrt{8}} 1,895 = 0,094 < 0,1 \rightarrow n_a = 8.$$

Для определения минимального объема выборки  $n_\sigma$ , необходимого для оценки второго начального момента распределения выборки рассматриваемой случайной величины, задаваясь величиной максимальной относительной ошибки  $\Delta_\sigma = 0,15$  (высокая точность), в первую очередь определяем левую часть равенства (3), а затем для различных степеней свободы  $k = n - 1$  вычисляем отношения  $\frac{\chi_{\alpha/2}^2}{\chi_{0,5}^2}$ , из которых

выбираем такое минимальное значение  $k$ , при котором выполняется условие

$$\left[ (1 + \Delta_\sigma)^2 - \frac{\chi_{\alpha/2}^2}{\chi_{0,5}^2} \right] \rightarrow |\min|.$$

Приближенные значения распределения Пирсона ( $\chi^2$ ) определяем через квантили нормального распределения  $z_{1-P}$

$$\chi_{\alpha/2}^2 \approx k \left( 1 - \frac{2}{9k} + z_{1-\alpha/2} \sqrt{\frac{2}{9k}} \right)^3. \quad (4)$$

Для уровня значимости  $\alpha = 0,1$  (квантиль  $z_{0,95} = 1,645$ ), согласно выражению (4), получаем

$$\chi_{0,05}^2 = k \left( 1 - \frac{2}{9k} + 1,645 \sqrt{\frac{2}{9k}} \right)^3 \text{ и } \chi_{0,5}^2 = k \left( 1 - \frac{2}{9k} \right)^3,$$

принимая  $\lambda = 1 - \frac{2}{9k}$ , имеем условие

$$(1 + \Delta_\sigma)^2 - \left( \frac{\lambda + 1,645 \sqrt{1 - \lambda}}{\lambda} \right)^3 \rightarrow |\min|. \quad (5)$$

В соответствии с выражением (5) минимальный объем выборки для оценки СКО в зависимости от величины допустимой максимальной относительной ошибки  $\Delta_\sigma$  представлен в табл. 4 и на рис. 3.

Таблица 4

**Минимальные объемы выборок ( $n_\sigma$ ) для оценки среднего квадратического отклонения в зависимости от заданной точности и уровня вероятности  $P$**

$\Delta_\sigma$	$n_\sigma$		Точность оценки
	$P = 95 \%, \alpha = 0,1$ (квантиль $z_{1-\alpha/2} = 1,645$ )	$P = 99 \%, \alpha = 0,01$ (квантиль $z_{1-\alpha/2} = 3,09$ )	
0,10	141	494	Высокая
0,15	65	224	
0,20	37	128	
0,25	25	84	Средняя
0,30	18	60	
0,35	14	45	
0,40	11	35	Низкая
0,45	9	28	
0,50	8	23	

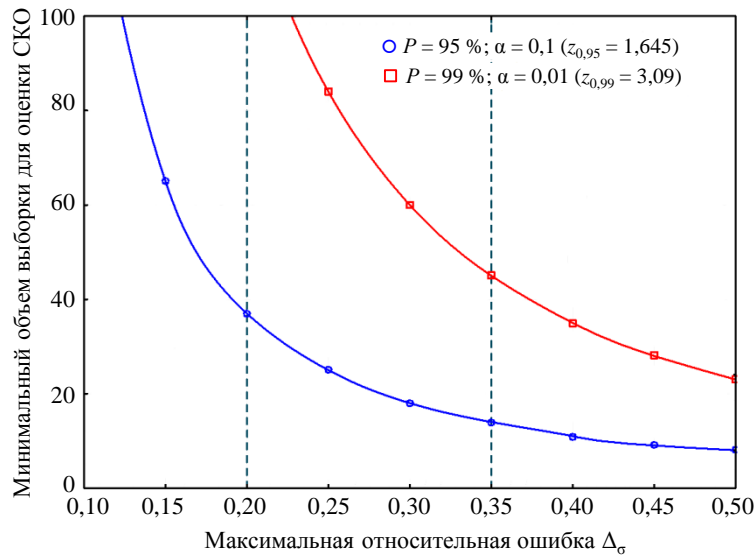


Рис. 3. Зависимости минимальных объемов выборок для оценки среднего квадратического отклонения (СКО) для заданной точности и уровней вероятности  $P$

Таблица 5

**Минимальный объем выборки для оценки начальных моментов распределения значений предела прочности при растяжении для различных материалов**

Тип материала	Минимальный объем выборки, шт. ( $P = 95\%$ , $\Delta_a = 0,25v$ , $\Delta_\sigma = 0,15$ )	
	$n_a$	$n_\sigma$
Алюминиевые сплавы	11	65
Стали	13	
Титановые сплавы	14	

Минимальные объемы выборок для одновременной оценки начальных моментов распределения значений математического ожидания и СКО для предела прочности при растяжении при температуре 20 °С для рассматриваемых конструкционных материалов представлены для высокой точности оценок  $\Delta_a$  и  $\Delta_\sigma$  в табл. 5. Как указано ранее, для одновременного получения оценок математического ожидания и СКО из двух объемов выборок  $n_a$  и  $n_\sigma$  следует выбрать наибольшее значение.

**Заключения**

Уровень и точность получаемых оценок характеристик конструкционных материалов во многом зависят от объема анализируемых выборок экспериментальных данных. Но кроме объема выборок экспериментальных данных для корректной и обоснованной оценки уровней значений характеристик конструкционных материалов необходимо учитывать то, как именно формируются условные генеральные совокупности (объединенные выборки) экспериментальных данных.

Минимальные объемы выборок для оценки начальных моментов распределения математического ожидания и СКО для предела прочности при растяжении рассматриваемых типов конструкционных материалов существенно зависят от требований к точности и от надежности (уровня значимости) получаемых оценок. Минимальные объемы выборок должны определяться для конкретной характеристики, марки материала и вида полуфабриката, для того чтобы в условиях ограниченного объема испытаний более точно (с заданной вероятностью) и с минимальными

затратами оценить параметры закона распределения, а затем на их основе получить максимальные гарантированные значения оценок уровней свойств конструкционных материалов.

При оценке математического ожидания или первого начального момента распределения (кроме точности и надежности) минимальный объем выборки будет существенно зависеть как от коэффициента вариации объединенной выборки (условной генеральной совокупности), так и от коэффициента вариации выборки, по которой проводился предварительный статистический анализ экспериментальных данных для заданной характеристики. Минимальный объем выборки для оценки начальных моментов или параметров распределения характеристик прочности также будет зависеть и от того, какой из начальных моментов требуется оценить – математическое ожидание или СКО. Для одновременного получения оценок математического ожидания и СКО из двух объемов выборок  $n_a$  и  $n_\sigma$  следует выбрать наибольший из них.

В данной статье сформулирована гипотеза существования условной генеральной совокупности, т. е. для характеристики любого конструкционного материала и вида полуфабриката существует такая совокупность экспериментальных данных (объем выборки), для которой любое ее дополнение новыми однородными экспериментальными данными не влияет на изменение коэффициента вариации данной выборки, а соответственно, и на уровень оценок параметров распределений, получаемых по данной выборке.

#### Библиографический список

1. Каблов Е.Н. Стратегические направления развития материалов и технологий их переработки на период до 2030 года // *Авиационные материалы и технологии*. 2012. № S. С. 7–17.
2. Каблов Е.Н., Подживотов Н.Ю., Луценко А.Н. О необходимости создания единого информационно-аналитического центра авиационных материалов РФ // *Проблемы машиностроения и автоматизации*. 2019. № 3. С. 28–34.
3. Каблов Е.Н. Инновационные разработки ФГУП «ВИАМ» ГНЦ РФ по реализации «Стратегических направлений развития материалов и технологий их переработки на период до 2030 года» // *Авиационные материалы и технологии*. 2015. № 1 (34). С. 3–33. DOI: 10.18577/2071-9140-2015-0-1-3-33.
4. Каблов Е.Н. Материалы нового поколения – основа инноваций, технологического лидерства и национальной безопасности России // *Интеллект и технологии*. 2016. № 2 (14). С. 16–21.
5. Каблов Е.Н. Маркетинг материаловедения, авиастроения и промышленности: настоящее и будущее // *Директор по маркетингу и сбыту*. 2017. № 5–6. С. 40–44.
6. Гриневич А.В., Луценко А.Н., Каримова С.А. Расчетные характеристики металлических материалов с учетом влажности // *Труды ВИАМ*. 2014. № 7. Ст. 10. URL: <http://www.viam-works.ru> (дата обращения: 07.12.2020). DOI: 10.18577/2307-6046-2014-0-7-10-10.
7. Подживотов Н.Ю., Ерасов В.С., Орешко Е.И. О методах оценки статической прочности материалов, полученных с помощью аддитивных технологических процессов // *Комментарии к стандартам, ТУ, сертификатам: приложение к журналу «Все материалы. Энциклопедический справочник»*. 2017. № 10. С. 54–60.
8. Каблов Е.Н., Гриневич А.В., Ерасов В.С. Характеристики прочности металлических авиационных материалов и их расчетные значения // *75 лет. Авиационные материалы. Избранные труды «ВИАМ» 1932–2007*. М.: ВИАМ, 2007. С. 370–379.
9. Коновалов В.В., Дубинский С.В., Макаров А.Д., Доценко А.М. Исследование корреляционных зависимостей между механическими свойствами авиационных материалов // *Авиационные материалы и технологии*. 2018. № 2 (51). С. 40–46. DOI: 10.18577/2071-9140-2018-0-2-40-46.

10. Яковлев Н.О., Гриневиц Д.В., Мазалов П.Б. Математическое моделирование напряженно-деформированного состояния при сжатии сетчатой конструкции, синтезированной методом селективного лазерного сплавления // Вестник Московского государственного технического университета им. Н.Э. Баумана. Сер.: Естественные науки. 2018. № 6 (81). С. 113–127.
11. Махсидов В.В., Яковлев Н.О., Ильичев А.В., Шиёнок А.М., Фирсов Л.Л. Определение деформации материала конструкции из ПКМ с помощью интегрированных оптоволоконных сенсоров // Механика композиционных материалов и конструкций. 2016. Т. 22. № 3. С. 402–413.
12. Яковлев Н.О., Гуляев А.И., Крылов В.Д., Шуртаков С.В. Микроструктура и свойства конструкционных композиционных материалов при испытании на статическую межслоевую трещиностойкость // Новости материаловедения. Наука и техника. 2016. № 1 (19). Ст. 09. URL: <http://www.materialsnews.ru> (дата обращения: 07.12.2020).
13. Димитриенко Ю.И., Губарева Е.А., Сборщиков С.В., Ерасов В.С., Яковлев Н.О. Численное моделирование и экспериментальное исследование деформирования упругопластических пластин при смятии // Математическое моделирование и численные методы. 2015. № 1 (5). С. 67–82.
14. Орешко Е.И., Ерасов В.С., Гриневиц Д.В., Шершак П.В. Обзор критериев прочности материалов // Труды ВИАМ. 2019. № 9 (81). Ст. 12. URL: <http://www.viam-works.ru> (дата обращения: 07.12.2020). DOI: 10.18577/2307-6046-2019-0-9-108-126.
15. Орешко Е.И., Ерасов В.С., Ястребов А.С. Прогнозирование прочностных и деформационных характеристик материалов при испытаниях на растяжение и ползучесть // Материаловедение. 2019. № 2. С. 3–8.
16. Яковлев Н.О., Ерасов В.С., Петрова А.П. Сравнение нормативных баз различных стран по испытанию клеевых соединений материалов // Все материалы. Энциклопедический справочник. 2014. № 7. С. 2–8.
17. Яковлев Н.О., Ерасов В.С., Сентюрин Е.Г., Харитонов Г.М. Комплекс методик оценки физико-механических характеристик органических стекол с учетом влияния высокоэластической деформации // Все материалы. Энциклопедический справочник. 2013. № 10. С. 6–11.
18. Подживотов Н.Ю. Об оптимизации подхода к обоснованию минимального объема испытаний авиационных конструкционных материалов // Все материалы. Энциклопедический справочник. 2021. № 1. С. 28–35.
19. Степнов М.Н. Статистические методы обработки результатов механических испытаний: справочник. М.: Машиностроение, 1985. 232 с.
20. Подживотов Н.Ю. Экспресс-метод сравнительной оценки уровней свойств материалов // Труды ВИАМ. 2019. № 10 (82). Ст. 11. URL: <http://www.viam-works.ru> (дата обращения: 07.12.2020). DOI: 10.18577/2307-6046-2019-0-10-111-124.