

УДК 620.179.1

В.Ю. Чертищев¹**ОЦЕНКА ВЕРОЯТНОСТИ ОБНАРУЖЕНИЯ ДЕФЕКТОВ
АКУСТИЧЕСКИМИ МЕТОДАМИ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ИХ РАЗМЕРА
В КОНСТРУКЦИЯХ ИЗ ПКМ ДЛЯ ВЫХОДНЫХ ДАННЫХ КОНТРОЛЯ
В ВИДЕ БИНАРНЫХ ВЕЛИЧИН**

DOI: 10.18577/2307-6046-2018-0-3-65-79

Вероятность обнаружения дефектов в зависимости от их размера при ультразвуковом неразрушающем контроле деталей и конструкций из полимерных композиционных материалов (ПКМ) является неотъемлемой частью расчета ресурса и при необходимости межремонтных интервалов обслуживания изделий авиационной техники. Большинство акустических методов контроля изделий из ПКМ дают выходные данные контроля в виде бинарных величин (дефект либо пропущен, либо найден). В данной работе описан метод построения зависимости вероятности обнаружения дефектов от их размеров для выходных данных контроля в виде бинарных величин. Произведен выбор необходимых модельных функций вероятности и описан алгоритм поиска параметров данных функций методом максимума правдоподобия. Описан алгоритм поиска границ доверительных интервалов функции вероятности обнаружения дефектов через асимптотическую χ^2 -плотность (критерий Пирсона) логарифмического отношения правдоподобия модельной функции. Изучено влияние основных параметров выборки искусственных дефектов (количество, диапазон, смещение и т. д.), необходимой для построения функции вероятности выявления, на величину границ доверительной вероятности. Приведены оригинальные данные исследований специальных конструктивно-подобных образцов из углепластика и стеклопластика монолитных и сотовых конструкций теневым и эхо-импульсным методами.

Ключевые слова: неразрушающий контроль, ультразвуковой контроль, акустические методы контроля, полимерные композиционные материалы, ПКМ, вероятность обнаружения.

V.Yu. Chertishchev¹**THE ESTIMATION OF THE PROBABILITY OF DEFECTS DETECTION
BY THE ACOUSTIC METHODS, DEPENDING ON THEIR SIZE
IN CONSTRUCTIONS FROM PCM FOR OUTPUT CONTROL DATA
IN THE FORM OF BINARY VALUES**

The probability of defects detection depending on their size with ultrasonic non-destructive testing of parts and structures from polymer composite materials (PCM) is an integral part of the calculation of the resource and, if necessary, maintenance intervals for aircraft products. Most acoustic methods of controlling products from PCM give the output control data in the form of binary values (the defect is either missing or found). This report describes a method for constructing the dependence of the probability of defects detection on their sizes for output control data in the form of binary quantities. The choice of the necessary model probability functions is made and the algorithm for finding the parameters of these functions by the maximum likelihood method is described. An algorithm for finding the boundaries of confidence intervals of the probability function for detecting defects through an asymptotic χ^2 -density (Pearson's criterion) of the logarithmic likelihood ratio of model function is described. The influence of the main parameters of the sample of artificial defects (number, range, displacement, etc.), necessary for constructing the probability of detection function, on the value of the limits of confidence probability was studied. The original research data of special constructively-similar samples from CFRP and GRP monolithic and honeycomb structures by shadow and echo-pulse methods are given.

Keywords: nondestructive testing, ultrasonic testing, acoustic control methods, fiber reinforced plastics, PCM, probability of detection.

¹Федеральное государственное унитарное предприятие «Всероссийский научно-исследовательский институт авиационных материалов» Государственный научный центр Российской Федерации [Federal State Unitary Enterprise «All-Russian Scientific Research Institute of Aviation Materials» State Research Center of the Russian Federation]; e-mail: admin@viam.ru

Введение

Применение неразрушающих методов контроля и диагностики [1–9] при разработке новых материалов, производстве и эксплуатации изделий и конструкций авиационной техники является обязательным условием обеспечения контроля качества продукции и, следовательно, безопасности воздушных судов. Это относится и к контролю изделий из полимерных композиционных материалов (ПКМ). Так, ПКМ обладают рядом преимуществ по сравнению с традиционно применяемыми в авиационной технике металлическими материалами: высокой весовой эффективностью, стойкостью к образованию усталостных трещин, коррозионной стойкостью, технологичностью при получении деталей сложной формы. Без применения ПКМ нового поколения невозможно обеспечить конкурентоспособность перспективных изделий авиационной техники [1]. В современных и перспективных самолетах, таких как Airbus A-380, Boeing-787, MC-21, Су-57 (ПАК ФА) и др., доля ПКМ, в особенности углепластиков, составляет от 10–50% и более от общей массы готового изделия. В изделиях из ПКМ в процессе производства и/или эксплуатации могут образовываться недопустимые дефекты, что делает необходимым применение неразрушающих методов контроля и диагностики. Это относится как к контролю монолитных изделий из ПКМ (углепластиков и стеклопластиков) на наличие расслоений, отсутствие связующего и т. д., так и к контролю многослойных клееных и интегральных конструкций, в том числе с сотовым наполнителем, на наличие расслоений, непроклеев, подмятия сот и т. д. При прочностных и ресурсных расчетах (а при необходимости – интервалов межремонтных технических осмотров) ответственных и особо ответственных конструкций из ПКМ возможность их применения обусловлена статистически обоснованным уровнем их свойств, при условии наличия в конструкции дефектов заданного размера, которые могут быть

пропущены при неразрушающем контроле с заданной вероятностью. По этой причине требуется проведение оценки вероятности обнаружения дефектов при неразрушающем контроле в зависимости от их размера в процессе их изготовления и эксплуатации. Данная работа выполнена в рамках реализации комплексной научной проблемы 2.3. «Методы неразрушающих исследований и контроля» («Стратегические направления развития материалов и технологий их переработки на период до 2030 года») [2].

Контроль конструкций из ПКМ в настоящее время осуществляется в основном с использованием акустических методов контроля, в частности с использованием эхо-импульсного, теневого (прохождения) и импедансного методов. Во ФГУП «ВИАМ» уже имеется немалый опыт в проведении исследований по вероятностной оценке обнаружения дефектов в зависимости от их размеров в металлических материалах эхо-импульсным методом. Для этого был разработан алгоритм, основанный на регрессионном анализе данных зависимости максимальных амплитуд эхо-сигналов от площадей дефектов и транслировании данных анализа в вероятностную зависимость [10].

Результатом оценки достоверности неразрушающего контроля является график зависимости вероятности обнаружения дефекта $P(a)$ от его размера a , характеризующий конкретную методику контроля (рис. 1). Можно заметить, что график напоминает сигмовидную функцию (гладкую монотонную нелинейную функцию, имеющую форму, напоминающую букву S). График сопровождается границами доверительного интервала с заданной доверительной вероятностью (показаны пунктиром). При прочностных и ресурсных расчетах в качестве размера легко обнаруживаемого дефекта рекомендуется брать размер $a_{90/95}$ – размер дефекта, выявляемого в 90% случаев с доверительной вероятностью 0,95 (95%).

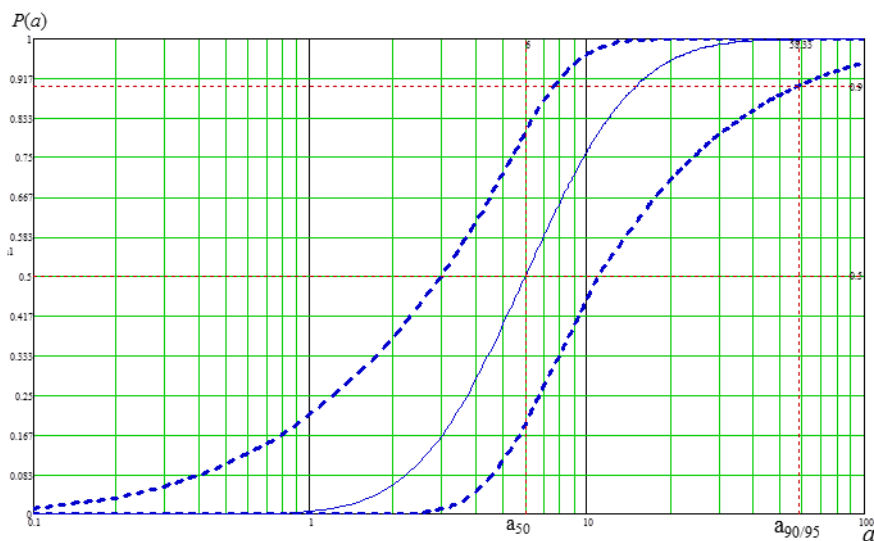


Рис. 1. Пример зависимости вероятности обнаружения дефекта $P(a)$ от его размера a

Алгоритм с численным откликом без существенных изменений также хорошо подошел для вероятностной оценки контроля монолитных деталей из ПКМ эхо-импульсным методом. Однако при контроле многослойных конструкций из ПКМ теневым методом измерение величины амплитуды сигнала оказалось неинформативным, при контроле импедансным методом – невозможным из-за физических принципов метода, а при контроле эхо-импульсным методом с использованием раздельно-совмещенных датчиков – невозможным из-за нелинейного закона зависимости амплитуды отраженного сигнала от площади дефекта в зависимости от глубины заложения дефекта относительно точки фокуса раздельно-совмещенного датчика. Оценка в данном случае может производиться только по бинарному критерию: дефект заданного размера может быть либо выявлен («1»), либо пропущен («0»). По этой причине разработанный ранее алгоритм по численному отклику (амплитуде) оказался не применим, поскольку обычная линейная регрессия, положенная в основу имеющегося алгоритма, предполагает, что ответ модели варьируется непрерывно и неограничен. Но бинарные данные не являются ни тем, ни другим – наблюдаемый результат ограничен и является дискретным, имея возможные значения только 0 или 1. С обычными линейными моделями ответ непрерывный, поэтому ошибка между ответом (наблюдением) и моделью (предсказанием) имеет непрерывное Гауссовское (нормальное) распределение. С двоичными данными полученная ошибка между наблюдением и предсказанием модели является неадекватной, и поэтому ее оценка как Гауссовского распределения создает неточные и ненадежные оценки параметров, даже если ограничить модель реалистичными значениями ($0 < y < 1$).

Следует отметить, что вопрос оценки вероятности выявления дефектов в авиационной промышленности был поднят достаточно давно и приблизительно в середине 1970-х годов был разработан математический аппарат для оценки вероятности по бинарным данным для дефекта одного заданного размера, известный как «метод 29/29». За вероятность обнаружения дефекта в данном случае можно принять отношение совокупности дефектов данного размера, которые будут найдены при многократном осмотре. Это приводит к статистической модели, основанной на биномиальном распределении, суть которой будет приведена далее.

По совокупности этих причин возникла потребность в разработке математического аппарата для расчета вероятности выявления дефектов с различными размерами для бинарных данных контроля по критерию «выявлен/пропущен».

Алгоритм с численным откликом

Алгоритм для данных с численным откликом основан на регрессионном анализе данных зави-

симости максимальных амплитуд эхо-сигналов от одного геометрического параметра, характеризующего размер дефектов (для ПКМ чаще всего за данный размер принимается площадь дефекта в плоскости параллельной поверхности ввода акустической волны), и транслировании данных анализа в вероятностную зависимость (рис. 2).

Суть алгоритма заключается в следующем [11]:

– По имеющемуся набору данных результатов контроля проводится линейная регрессия, по результатам которой строится линия регрессии вида $y(x) = \beta_1 \cdot x + \beta_2$, где x – площадь дефекта; $y(x)$ – амплитуда эхо-сигнала от дефекта; β_1 и β_2 – параметры линии регрессии) или $y(x) = \beta_1 \cdot \ln x + \beta_2$ в системе координат с логарифмическим масштабом по оси x .

Производится вычисление дисперсии линии регрессии по формуле [12]:

$$D = \frac{1}{n-k} \cdot \sum_{i=1}^n (y_i - y(x_i))^2, \quad (1)$$

где k – число коэффициентов, входящих в аналитическое выражение регрессии (для линейной регрессии $k=2$); n – число данных зависимости максимальных амплитуд эхо-сигналов от площадей дефектов.

– Полученная линия регрессии транслируется в вероятностную зависимость путем использования порога обнаружения и нормальной (Гауссовской) функции распределения вероятностей вида:

$$P(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} \int_x^{\infty} e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}} dt, \quad (2)$$

где μ и σ – математическое ожидание и среднеквадратическое отклонение (СКО) нормального распределения вероятностей.

В качестве математического ожидания a берется значение функции $y(x)$ в точке x_0 , а в качестве СКО – корень квадратный из дисперсии линии регрессии.

– Для построения границ доверительного интервала вероятности обнаружения дефектов от их размеров строятся границы доверительного интервала для регрессионной модели по формуле:

$$y_P(x) = y(x) \pm t_{P, n-2} \cdot \sqrt{D} \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(\ln x - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^n (\ln x_i - \bar{x})^2}}, \quad (3)$$

где $t_{P, n-2}$ – коэффициент Стьюдента для доверительной вероятности 95% и $(n-2)$ степеней свободы; $\bar{x} = \sum_{i=1}^n \frac{\ln x_i}{n}$.

После чего эти границы транслируются в вероятностную зависимость путем использования порога обнаружения и нормальной функции распределения вероятностей.

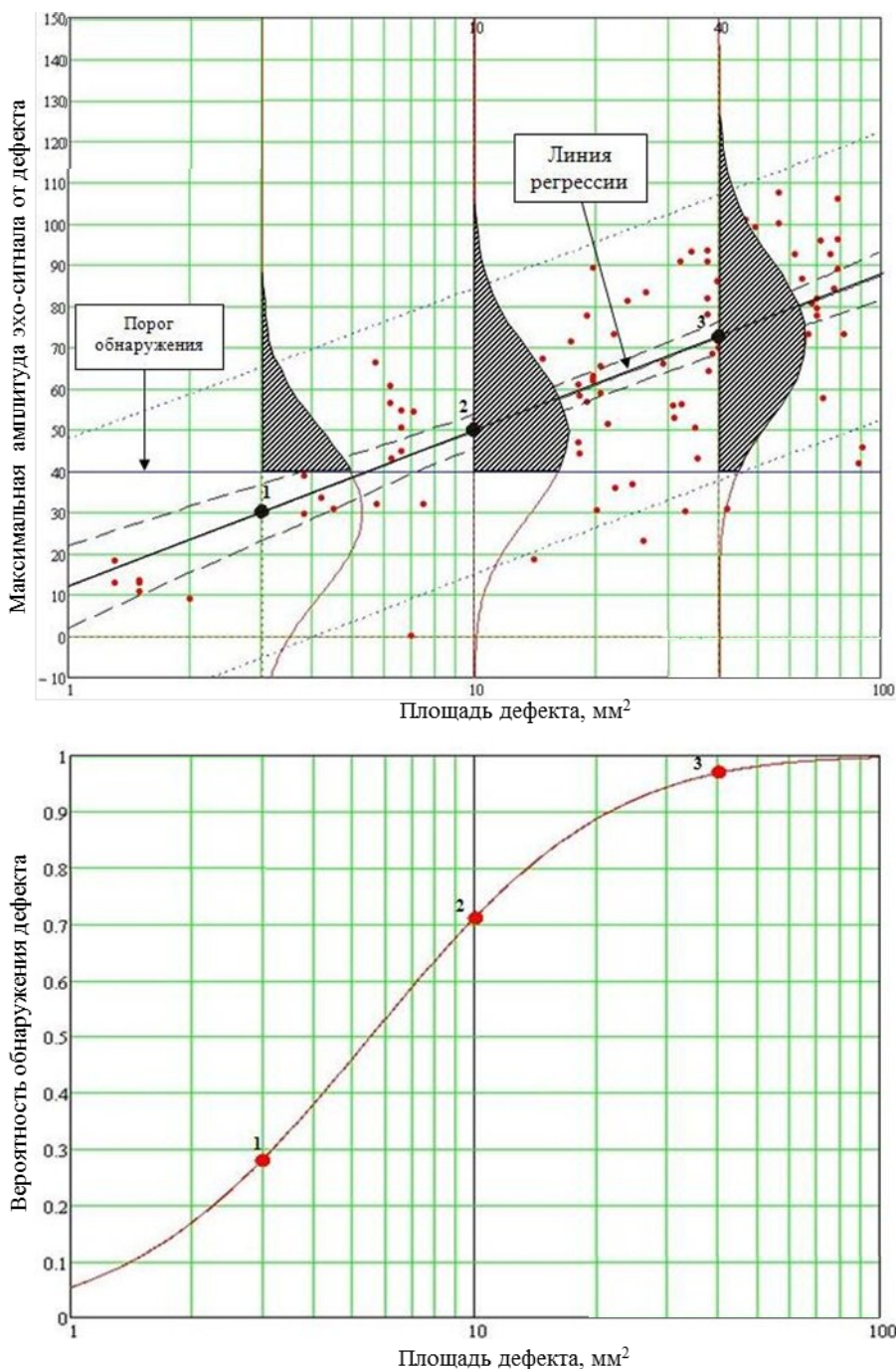


Рис. 2. Принцип транслирования данных регрессионного анализа в вероятностную зависимость

Алгоритм биномиальной модели при заданном размере дефекта («метод 29/29»)

Единичная кривая вероятности выявления для всех дефектов одного заданного размера может быть смоделирована, исходя из вероятности выявления одного случайно выбранного дефекта среди прочих дефектов того же размера. В этой структуре соотношение случайно выбранных дефектов является оценочным для кривой вероятности выявления дефекта данного размера. Каждое испы-

тание при этом понимается как Бернуллиевское испытание, и теория биномиального (двухчленного) распределения может быть использована для вычисления более низкой достоверной оценки. Метод может быть применен для определения изначально заданной вероятности выявления (например, $a_{90/95}$), если проведено n экспериментальных контрольных замеров, в которых d – максимальное число неудач в обнаружении. Следует отметить, что в авиакосмической

промышленности эту модель в значительной степени рассматривали в 1970–1980-х годах, но фактически не применяли для определения степени надежности по причинам, которые будут рассмотрены далее.

Задавшись вероятностью выявления p (например, 90%), можно вычислить величину доверительного интервала (ДИ) вероятности $P_{\text{ДИ}}$ в зависимости от n и d :

$$P_{\text{ДИ}} = \left[1 - \sum_{i=0}^d \frac{n!}{i!(n-i)!} \cdot (1-p)^i \cdot p^{n-i} \right] \cdot 100\%. \quad (4)$$

На рис. 3 приведены примеры графиков зависимостей $P_{\text{ДИ}}$ от n при различных d для $p=90\%$. Очевидно, что для достижения $P_{\text{ДИ}}=95\%$ для обеспечения требуемой величины $a_{90/95}$ необходимо провести 29 экспериментов при условии, что в каждом из них будет обнаружен дефект заданного размера (отсюда и название метода «29 из 29»), либо 46 экспериментов, если в одном из них дефект обнаружен не будет и т. д.

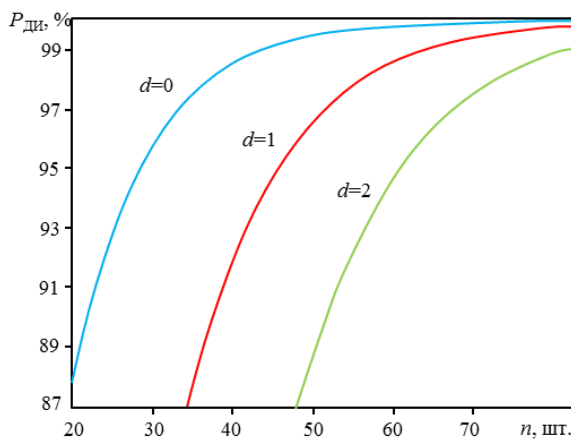


Рис. 3. Зависимость величины доверительного интервала $P_{\text{ДИ}}$ от количества экспериментов n при различном количестве неудач d для $p=90\%$

Следует отметить несколько существенных ограничений по возможности использования данного метода, из-за которых в том числе данный метод стараются не использовать для оценки степени надежности воздушных судов:

1. Выбор специфической кривой функции распределения вероятностей и пределов вероятности обычно делается на довольно произвольном основании. Часто 95%-й доверительный интервал выбирается из консервативных соображений и не имеет под собой никакой полноценной причины для подобного выбора.

2. Оценка p не является уникальной и единственно возможной при таком способе математической обработки данных, скорее это статистическая величина. Любая оценка при этом – лишь одна реализация из концептуально большого ко-

личества повторений. Экспериментально и теоретически было показано, что при таких оценках возможна большая степень разброса значений. Это зависит от функции распределения вероятностей, метода анализа, значения p , доверительного интервала и количества дефектов.

3. Характеристика p не связана с размером дефектов, поэтому требуется изготовление комплектов из 29 образцов (при необходимости 46) для всех типов и размеров локальных дефектов, а также при необходимости для распределенных размеров дефектов и совокупностей дефектов в зависимости от конструкции изделия.

Алгоритм расчета вероятности выявления дефектов с различными размерами для бинарных данных контроля

Функция вероятности выявления

Для решения поставленной задачи было рассмотрено несколько методов, таких как скользящие средние и биномиальные методы распределения, но у них имеются серьезные статистические недостатки. Если для алгоритма с численным откликом можно построить линию регрессии, а затем точка за точкой транслировать ее в вероятностную зависимость, то для бинарных данных более эффективным путем является переход сразу к вероятностной зависимости в виде функции распределения обобщенной линейной модели, которая на этот раз не строится по точкам, а изначально задается в виде конкретной модельной сигмовидной функции зависимости между величиной вероятности выявления p и размером дефекта, а затем производится оценка параметров модельной функции для выбора значений, которые приводят модельную функцию к виду с наибольшим правдоподобием относительно исходных данных. Поскольку может быть использовано несколько вариантов модельных функций, то для каждой из них производится оценка правдоподобия для выбора наилучшей из них. Разумеется, обеспечение достаточного правдоподобия модельных функций относительно реальности требует выполнения определенных требований по количеству точек исходных данных и их распределению по оси размеров дефекта. Этот вопрос также рассматривается далее.

С линейными моделями (т. е. с обычной регрессией наименьших квадратов и цензурируемой регрессией) ответ (отклик) y напрямую связан с управляющими переменными – $y=f(X)$, где X – матрица управляющих переменных (исходных данных бинарных откликов). Обычная линейная регрессия предполагает, что ответ модели варьируется непрерывно и неограничен. Но бинарные данные (обнаружен/пропущен), очевидно, не обладают ни тем, ни другим свойством – наблюдаемый результат ограничен и носит дискретный характер, принимая возможные значения только 0 или 1. С обычными линейными моделями ответ

непрерывный, поэтому ошибка между ответом (откликом) и моделью имеет непрерывное Гауссовское (нормальное) распределение, что позволяет для построения границ доверительного интервала вероятности обнаружения дефектов от их размеров сначала построить границы доверительного интервала для регрессионной модели, а затем транслировать их по точкам в вероятностные кривые. С двоичными данными подобный способ построения границ доверительного интервала (ошибки между наблюдением и предсказанием) модели не может быть применен, поэтому применяется оценка, основанная на построении всех вариаций основной модельной функции по двум ключевым параметрам (например – математическое ожидание μ и среднее квадратическое отклонение σ) в диапазоне асимптотического χ^2 -распределения с одной степенью свободы, суммарные огибающие которых на графике вероятности и дадут границы искомого доверительного интервала. Соответствующий алгоритм описан далее.

Обобщенные линейные модели позволяют «связывать» двоичный ответ с «объясняющей» переменной (в данном случае – это размер дефекта) через вероятность любого результата, который постоянно изменяется от 0 до 1. Преобразованная вероятность затем может быть смоделирована как обычная полиномиальная функция – линейная по «объясняющей» переменной (отсюда и название «обобщенные линейные модели»). Однако сами обобщенные линейные функции для решения поставленной задачи не представляют существенного интереса, применяются непосредственно их функции распределения, которые и выполняют роль искомым вероятностных зависимостей.

Выбор основной модельной функции вероятностной зависимости производится из приведенных далее четырех функций, выбранных из всего разнообразия обобщенных линейных моделей,

как минимально возможного набора функций, обеспечивающего наибольшую точность и достаточную гибкость в подборе модельной зависимости по величине максимума правдоподобия. Две из них являются симметричными относительно средней точки (в которой функция равна 0,5), но с разной величиной коэффициентов эксцесса, две другие – асимметричными с более вытянутой либо правой, либо левой половиной соответственно. Примеры соответствующих законов распределения для четырех выбранных функций для демонстрации их формы приведены на рис. 4. Следует отметить, что зарубежные исследователи также пытаются вводить в качестве модельных зависимостей не только симметричные, но и асимметричные функции [13].

Выбор модельной функции вероятностной зависимости $P(a)$ от размера дефекта a (при необходимости построения зависимости с логарифмической осью абсцисс при большом разбросе размеров можно заменить размер a на $\log(a)$) производится из следующих вариантов функций.

1. Функция распределения нормального (Гауссовского) закона (в математической статистике распространенным названием является «пробит» – сокращение от «probability+unit», предложенное Честером Блиссом):

$$P(a, \mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} \int_{-\infty}^a \frac{e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}}}{\sigma} dt, \quad (5)$$

где μ и σ – математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение нормального распределения вероятностей.

Данная функция на основании опыта, накопленного во ФГУП «ВИАМ», обеспечивает наибольшую величину правдоподобия при зависимости процесса контроля дефектов от большого

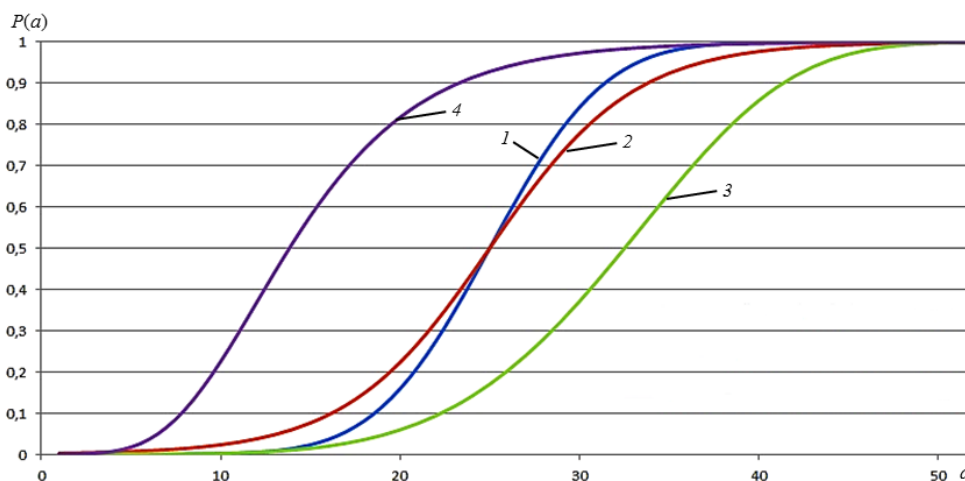


Рис. 4. Примеры законов распределения различных функций:
 1 – нормальной (при $\mu=25, \sigma=5$); 2 – логистической (при $\mu=25, s=4$); 3 – Вейбулла (при $\lambda=35, k=5$); 4 – Гомпертца (при $\mu=12, s=5$)

количества взаимозаменяемых и/или слабозависящих факторов, что в свою очередь приближает реальную зависимость к нормальному закону распределения.

2. Функция распределения логистического (Ферхюльста) закона (в математической статистике распространенным названием является «логит» по аналогии с «пробит»):

$$P(a, \mu, \sigma) = \frac{1}{1 + e^{-\frac{(a-\mu)}{s}}}, \quad (6)$$

где μ – математическое ожидание; s – коэффициент формы, связанный со среднеквадратическим отклонением σ ($s = \sqrt{3} \sigma/\pi$).

Данная функция является симметричной (как и функция «пробит»), но в отличие от нее имеет больший коэффициент эксцесса. В случае если количество взаимозаменяемых и/или слабозависящих факторов, влияющих на контроль, невелико, то «логит» в большинстве случаев обеспечивает большую величину правдоподобия, чем «пробит».

3. Функция распределения закона Вейбулла (комплиментарное логарифмическое–логарифмическое распределение):

$$P(a, \lambda, k) = 1 - e^{-\left(\frac{a}{\lambda}\right)^k}, \quad (7)$$

где λ – коэффициент масштаба ($\lambda > 0$); k – коэффициент формы (для данного вида функции – $k > 1$).

Несимметричная функция с более пологой левой половиной показывает большую величину правдоподобия по сравнению с симметричными функциями – чаще всего в случае, если имеется только один ключевой случайный фактор, влияющий на контроль.

4. Функция распределения закона Гомпертца (негативное логарифмическое–логарифмическое распределение; в математической статистике популярно название «гомпит» по аналогии с «пробит» и «логит»):

$$P(a, \mu, s) = e^{-\left(\frac{a-\mu}{s}\right)}, \quad (8)$$

где μ – математическое ожидание; s – коэффициент формы, задающий темп роста функции.

Несимметричная функция с более пологой правой половиной.

Каждая из модельных функций имеет по два параметра, значения которых требуется установить: μ и σ – для «пробит», μ и s – для «гомпит» и «логит», λ и k – для закона Вейбулла. Для удобства далее будем обозначать каждую искомую пару параметров как $\hat{\mu}$ и $\hat{\sigma}$.

Расчет функции правдоподобия $L(\hat{\mu}, \hat{\sigma})$ производится методом максимального правдоподобия по следующей формуле:

$$L(\hat{\mu}, \hat{\sigma}) = \prod_i^n [p_i \cdot P(a_i, \hat{\mu}, \hat{\sigma}) + (1 - p_i) \cdot (1 - P(a_i, \hat{\mu}, \hat{\sigma}))], \quad (9)$$

где p_i – бинарный отклик от i -го дефекта (0 или 1); a_i – размер i -го дефекта; n – количество дефектов в выборке.

Суть данной формулы заключается в следующем: каждый множитель произведения для каждого дефекта в выборке соответственно, если его отклик равен 1 (обнаружен), принимает значение вероятности текущей модельной функции $P(a_i, \hat{\mu}, \hat{\sigma})$ (т. е. чем больше соответствие модельной функции реальности, тем ближе текущий дефект к «правой» половине кривой вероятности и тем больше величина $P(a_i, \hat{\mu}, \hat{\sigma})$ стремится к 1), если же его отклик 0 (пропущен), то множитель равен $(1 - P(a_i, \hat{\mu}, \hat{\sigma}))$ (т. е. чем больше соответствие модельной функции реальности, тем ближе текущий дефект к «левой» половине кривой вероятности и тем больше величина $P(a_i, \hat{\mu}, \hat{\sigma})$ стремится к 0, а величина $(1 - P(a_i, \hat{\mu}, \hat{\sigma}))$ соответственно – к 1). Соответственно, чем ближе модельная функция будет к реальности, тем больше будут величины отдельных множителей от каждого из дефектов и тем больше будет их общее произведение в соответствии с формулой (9). На рис. 5 приведен пример зависимости величины функции правдоподобия $L(\hat{\mu}, \hat{\sigma})$ от различных величин $\hat{\mu}$ и $\hat{\sigma}$.

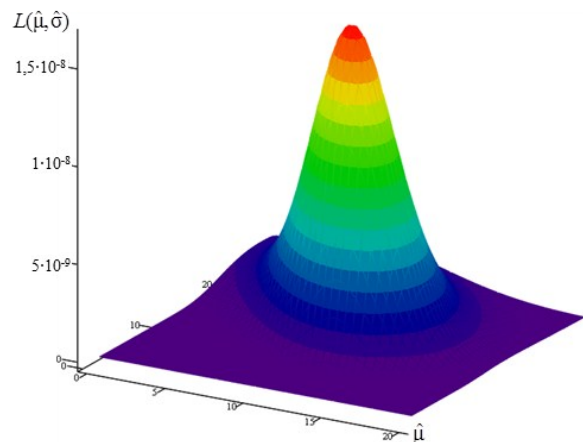


Рис. 5. Пример зависимости величины функции правдоподобия $L(\hat{\mu}, \hat{\sigma})$ от различных величин параметров модельной функции $\hat{\mu}$ и $\hat{\sigma}$

Для каждой из модельных функций определяются величины $\hat{\mu}_{\max}$ и $\hat{\sigma}_{\max}$ для размера дефекта a и $\log(a)$, при которых функция правдоподобия $L(\hat{\mu}, \hat{\sigma})$ принимает наибольшее значение $L(\hat{\mu}, \hat{\sigma})_{\max}$. Затем из восьми вариантов (четырех модельных функций при размере дефекта a и $\log(a)$) выбирается один – тот, что больше всего соответствует реальности, т. е. для которой величина $L(\hat{\mu}, \hat{\sigma})_{\max}$ оказывается наибольшей. С использованием выбранной модельной функции (при $\hat{\mu}_{\max}$ и $\hat{\sigma}_{\max}$) строится график вероятностной

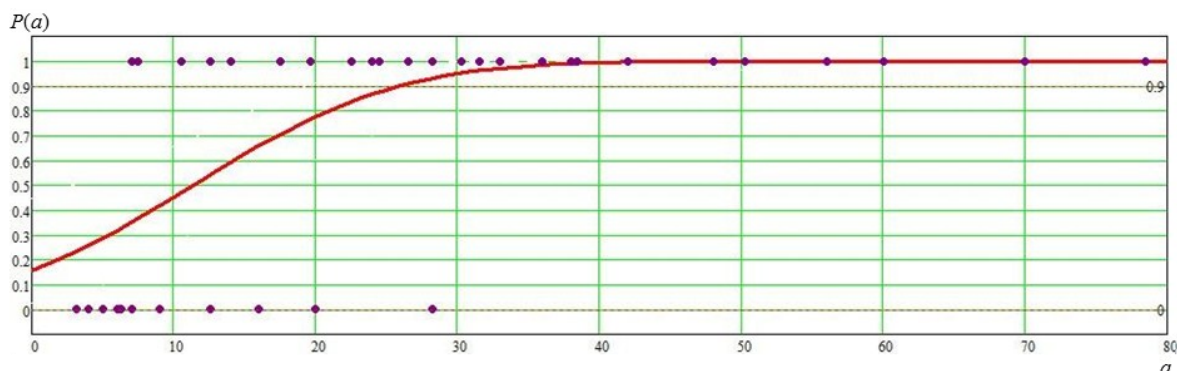


Рис. 6. Пример вероятностной зависимости $P(a)$, построенной по выборке бинарных результатов контроля

зависимости $P(a)$ для исходной выборки бинарных результатов контроля (рис. 6).

Границы доверительной вероятности

Правдоподобие (вероятность данных) – пропорционально вероятности того, что данные конкретного эксперимента соответствуют значениям, которые не известны и от которых могло произойти отклонение при проведении эксперимента из-за ряда случайных факторов. Так, некоторые параметры модели вероятности выявления более правдоподобны, чем другие, потому что они лучше объясняют выходные результаты контроля. Выбираются «лучшие» параметры, т. е. те, которые максимизируют вероятность (параметры оценки максимального правдоподобия $\hat{\mu}_{\max}$ и $\hat{\sigma}_{\max}$).

Если выбирать немного отличные от $\hat{\mu}_{\max}$ и $\hat{\sigma}_{\max}$ значения $\hat{\mu}$ и $\hat{\sigma}$, то результирующее правдоподобие снижается. Как следствие центральной предельной теоремы, отношение логарифмов новых значений к их максимальным значениям – логарифмическое отношение правдоподобия Λ , имеет асимптотическую χ^2 -плотность (критерий Пирсона) – в данном случае асимптотическое χ^2 -распределение с одной степенью свободы [14]. Для создания доверительных интервалов отношения правдоподобия изменяются параметры модели кривой вероятности от их максимальных значений, но только до тех границ, где достигается нужный критерий χ^2 -распределения.

Для построения границ доверительного интервала (чаще всего при вероятностной оценке используется 95%-ный интервал) строился график функции логарифма отношения максимального значения функции правдоподобия к текущему значению функции правдоподобия, вычисляемой по формуле:

$$\Lambda(\hat{\mu}, \hat{\sigma}) = 2 \ln \left(\frac{L(\hat{\mu}, \hat{\sigma})_{\max}}{L(\hat{\mu}, \hat{\sigma})} \right) \quad (10)$$

Для построения границ искомой области параметров $\hat{\mu}$ и $\hat{\sigma}$, соответствующих 95%-ному доверительному интервалу, необходимо провести

секущую плоскость на уровне 1,921 (рис. 7), что соответствует квантилю χ^2 -распределения для доверительной вероятности 0,95 [15].

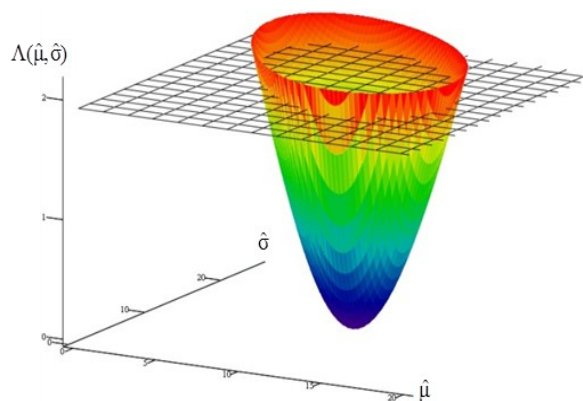


Рис. 7. Сечение функции логарифма отношения функций правдоподобия на уровне, соответствующем уровню 95% доверительной вероятности

В сечении получается эллипсоподобная фигура. Точки $\hat{\mu}$ и $\hat{\sigma}$, лежащие внутри контура этого эллипса, соответствуют значениям параметров зависимостей вероятности обнаружения дефектов от их размеров, лежащих внутри 95%-ного доверительного интервала. Далее на контуре эллипса выбираются не менее 20 равномерно распределенных по периметру точек и для каждой из них для соответствующих величин $\hat{\mu}$ и $\hat{\sigma}$ строится график функции $P(a, \hat{\mu}, \hat{\sigma})$. Суммарные огибающие кривые от всех построенных графиков функции $P(a, \hat{\mu}, \hat{\sigma})$ для каждой из точек образуют границы доверительного интервала (рис. 8).

Оптимальные параметры выборки размеров дефектов

При изготовлении комплектов образцов с искусственными дефектами различных размеров для построения графиков вероятности важным является предварительное «проектирование» соответствующих выборок дефектов, поскольку

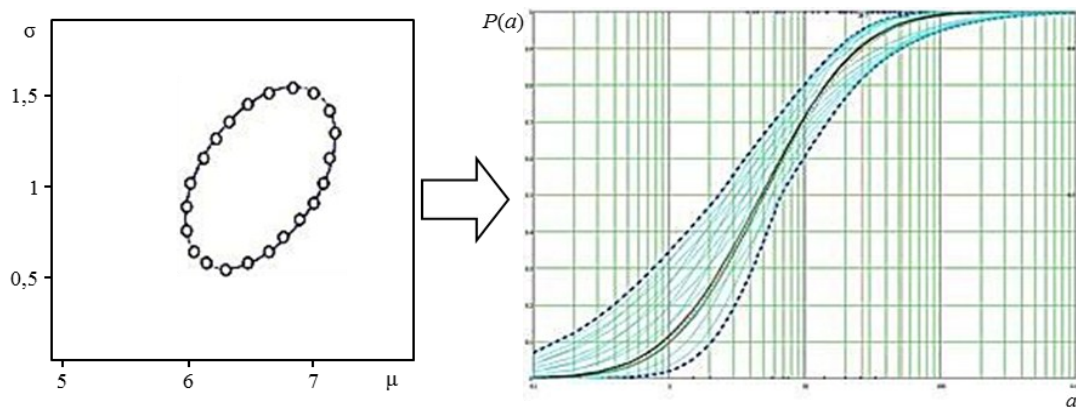


Рис. 8. Принцип построения границ доверительного интервала

конечный результат зависит от ряда факторов: количества дефектов в выборке, ширины выборки (диапазона размеров) и смещения центра диапазона выборки относительно реальной центральной точки полученной вероятностной зависимости (которая заранее точно не известна). Для установления правил и рекомендаций по «проектированию» выборки изучено влияние каждого из вышеперечисленных факторов на результирующий график вероятности выявления дефектов и границ его доверительных интервалов.

Влияние количества дефектов в выборке на ширину границ доверительной вероятности

Для исследования влияния размера выборки на ширину границ доверительной вероятности проведено моделирование для N : 30, 45, 60, 90, 120 и 180 – дефектов в выборке в пределах одинакового диапазона размеров при следующих условиях: соотношение «выявлений» к «пропускам» составляет 50/50%, выборка точно центрирована

относительно центральной точки кривой вероятности и обеспечивает охват диапазона вероятности выявления по модельной функции приблизительно от 0,03 до 0,97. Результаты для $N=30$ и $N=90$ для вероятности при определении a_{50} и a_{90} с учетом соответствующей границы доверительной вероятности $a_{50/95}$ и $a_{90/95}$ приведены на рис. 9. Неудивительно, что большее количество дефектов в выборке дает меньшую ширину границ доверительной вероятности, а чем меньше ширина, тем лучше, поскольку уменьшается искомая величина размера $a_{90/95}$. Установлено, что удвоение числа образцов с $N=30$ до $N=60$ эффективно уменьшает ширину границ доверительного интервала при вероятности 90%. Повторное удвоение количества образцов до $N=120$, однако, не привело к значительному уменьшению ширины доверительного интервала. Темп роста точности уменьшается по мере увеличения количества образцов, поэтому после приблизительно 90 образцов в выборке добавление большего количества образцов вносит небольшой вклад в дальнейшее

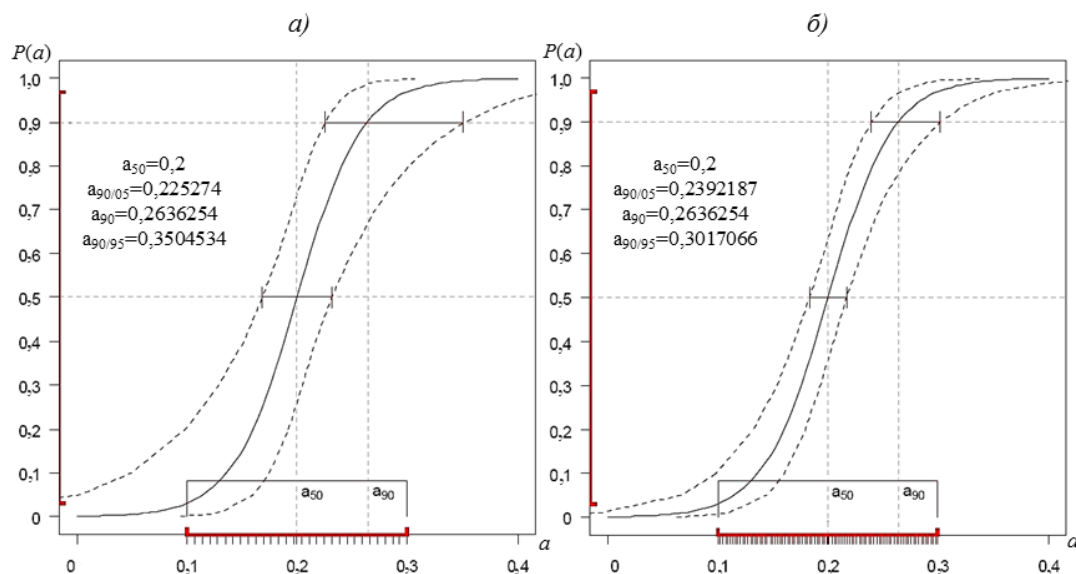


Рис. 9. Примеры ширины границ доверительной вероятности (при прочих равных условиях) при количестве дефектов в выборке 30 (а) и 90 шт. (б)

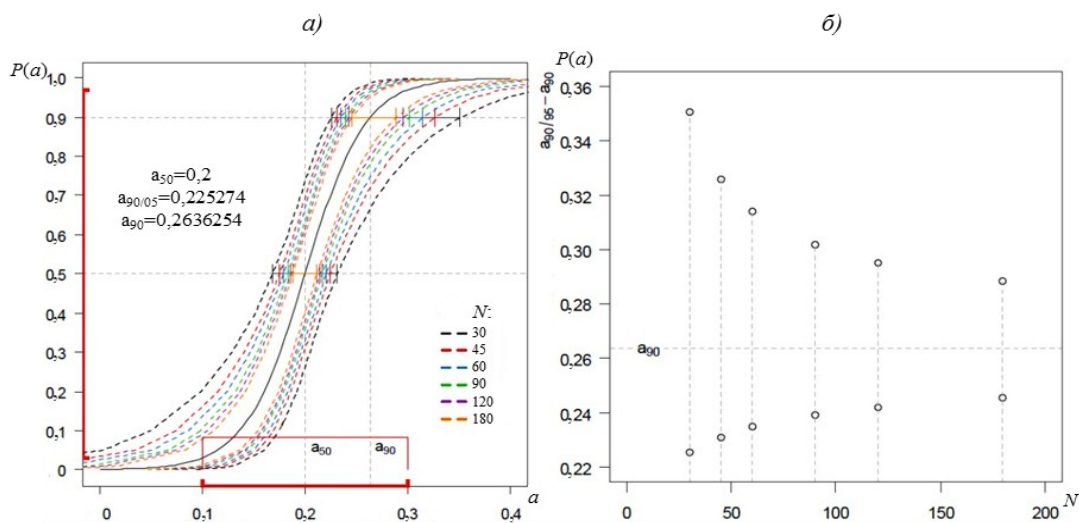


Рис. 10. Влияние количества дефектов N в выборке на ширину границы доверительной вероятности 95% (а) и на величину $a_{90/95}$ (б)

повышение точности (уменьшение ширины границ доверительного интервала) и становится в большинстве случаев неоправданным с экономической точки зрения.

На рис. 10 показано влияние размера выборки на ширину границ 95%-ной доверительной вероятности на уровне выявления 90%. Следует отметить, что при количестве дефектов в выборке менее 60 шт., результаты моделирования вероятности с помощью обобщенных линейных моделей нестабильны. При малом количестве исходных данных найденные параметры модельной функции недостаточно полагаются на установление максимального правдоподобия. Данный метод основан на ожидаемом результате на долгосрочную перспективу (взвешенная вероятность). Использование всего лишь 30 или 45 дефектов в выборке иногда приводит к численно неустойчивым решениям с оценкой неконвер-

гентного параметра обобщенной линейной модели или сходимостью к параметру, не имеющему логического смысла, – например, вероятности выявления, которая будет ухудшаться по мере увеличения размера дефекта [16].

Влияние ширины диапазона целевого размера на ширину границ доверительной вероятности

Для исследования того, каким является оптимальный диапазон размеров дефектов в выборке для исследования вероятности выявления, проведено моделирование при фиксированном ($N=60$) размере выборки, но с различной шириной диапазонов размеров (ширина диапазона размеров: 0,05; 0,1; 0,15; 0,2; 0,3 и 0,35), центрированных точно относительно средней точки кривой вероятности.

На рис. 11, а, например, размеры 60 дефектов в выборке размещены в очень узком диапазоне –

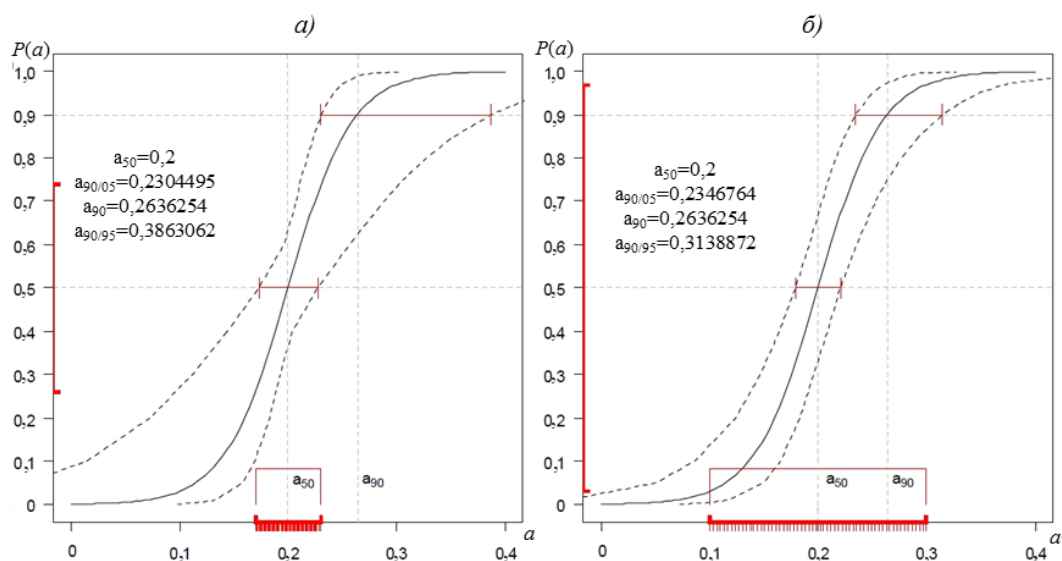


Рис. 11. Влияние ширины диапазона размеров дефектов в выборке на границы доверительной вероятности (а – узкий диапазон; б – оптимальный диапазон)

охват диапазона вероятности выявления $P(a)$ приблизительно от 0,26 до 0,74, что приводит к очень широким границам доверительной вероятности как при низких, так и при высоких значениях вероятности выявления (a_{90} и a_{10}). Увеличение ширины диапазона размеров соответственно увеличивает и величину охватываемого диапазона вероятности выявления. Оптимальный охват размеров найден для диапазона вероятности выявления приблизительно от 0,03 до 0,97 (рис. 11, б).

Дальнейшее увеличение величины охвата «покрытия» размеров дефектов за пределами этого оптимального интервала начинает увеличивать (ухудшать) ширину охвата «покрытия» границ доверительного интервала 95% на уровне a_{90} , поскольку фактически приводит к уменьшению количества дефектов внутри «полезного» диапазона вероятности – от 0,03 до 0,97, выводя часть дефектов за пределы данного диапазона, где они практически не влияют на результат. Это результат снижения эффективности наблюдений у краев диапазона модельных размеров (и, следовательно, экстремумов кривой вероятности выявления). На рис. 12 приведена зависимость ширины границ доверительного интервала 95% на уровне a_{50} и a_{90} (чем меньше, тем лучше) в зависимости от ширины диапазона размеров. На рис. 8 показано, что диапазон размеров 0,2 (от 0,1 до 0,3 в данном исследовании) является оптимальным. Это соответствует охвату кривой вероятности выявления от 0,031 до 0,969.

Влияние смещения центра выборки относительно центра кривой вероятности

В вышеприведенных исследованиях исходили из предположения, что диапазон размеров выборки точно центрирован относительно средней точки кривой вероятности (которая на практике априори неизвестна). Требуется рассмотрение

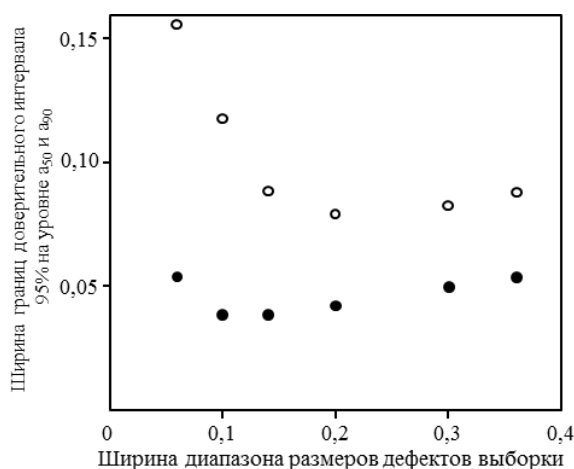


Рис. 12. Зависимость ширины границ доверительного интервала 95% на уровне a_{50} (●) и a_{90} (○) в зависимости от диапазона размеров дефектов

эффектов, связанных с неправильным центрированием, чтобы понять взаимосвязь между охватом диапазона размеров и соответствующим охватом «покрытия» на оси вероятности выявления.

Информация, «содержащаяся» в каждом отдельном образце выборки (определенного размера), зависит от его местоположения относительно истинной кривой вероятности выявления. Это означает, что размеры выборки должны охватывать большую часть диапазона вероятности выявления, чтобы быть эффективными при оценке ее параметров. На рис. 13 показано сопоставление диапазона целевого размера с соответствующим охватом величин вероятности выявления для ряда примеров.

Для исследования влияния неточного центрирования выборки дефектов относительно центральной точки кривой вероятности (истинного a_{50}) проведено моделирование при фиксированном ($N=60$) размере выборки, имеющей оптимальную установленную ранее ширину 0,2, но со смещением выборки вправо и влево от центральной точки кривой вероятности.

Результаты моделирования (рис. 14) показывают, что выборки, которые не центрированы на истинном значении a_{50} , неблагоприятно влияют на ширину и местоположение границ доверительной вероятности. На рис. 11, б показана аналогичная выборка с центром в истинном значении a_{50} . Охват величин вероятности, обеспечиваемый охватом распределения по размеру, показан как жирная красная линия по оси $P(a)$. Эффекты не трудно предвидеть, основываясь на изученном ранее влиянии размера выборки N на результат, поскольку неправильное распределение целевого размера a влияет на уменьшение количества «информативных» дефектов с одной из сторон кривой вероятности.

Смещение центра выборки влево от истинного значения a_{50} (рис. 14, а) дает широкие доверительные

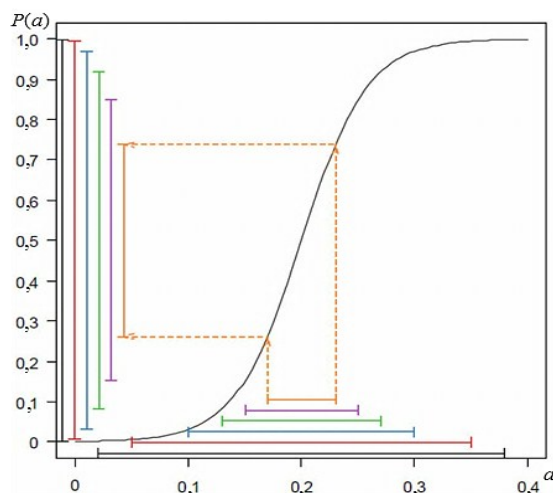


Рис. 13. Взаимосвязь между охватом диапазона размеров a и соответствующим охватом «покрытия» величины вероятности выявления $P(a)$

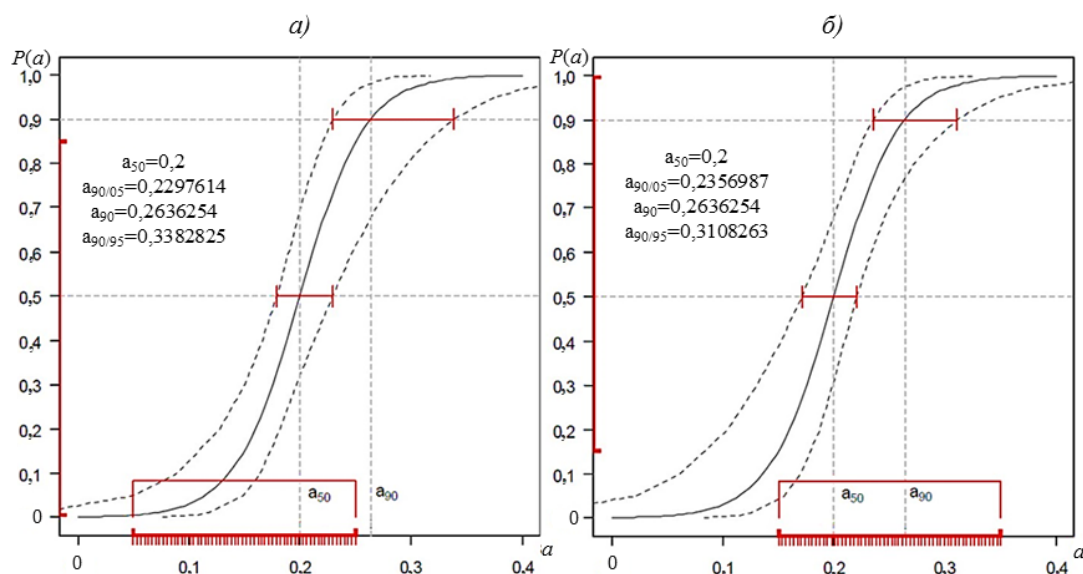


Рис. 14. Влияние смещения влево (а) и вправо (б) выборки дефектов относительно центральной точки кривой вероятности на границе доверительной вероятности

границы справа для величины a_{90} . Однако этот тип нарушения не оказывает существенного влияния на значение a_{10} , поскольку эффективное количество дефектов с этой стороны кривой вероятности не уменьшилось. Величина наблюдаемого эффекта расширения границы $a_{90/95}$ растет соразмерно величине смещения выборки влево от истинного центра. Смещение центра выборки вправо от истинного значения a_{50} (рис. 14, б) приводит к зеркально симметричным результатам. Поскольку интерес вызывает преимущественно величина $a_{90/95}$, то можно сделать вывод, что перекос выборки влево недопустим, а умеренный перекос вправо можно считать допустимым.

Материалы и методы

В соответствии с разработанным математическим аппаратом проведена численная оценка вероятности обнаружения дефектов в трехслойных сотовых конструкциях из ПКМ (с обшивками из углепластика и стеклопластика) при автоматизированном неразрушающем контроле теньевым методом с созданием акустического контакта роликовыми катящимися преобразователями без применения контактной жидкости и дефектов в монолитных конструкциях из ПКМ при автоматизированном неразрушающем контроле эхо-импульсным методом многоканальным раздельно-совмещенным датчиком с водным щелевым контактом.

Контроль проводили на полномасштабном макете автоматизированного комплекса для контроля деталей и агрегатов из ПКМ «МАК ПКМ», который разработан и изготовлен ФГУП «ВИАМ» совместно с ФГАУ «НУЦСК при МГТУ им. Н.Э. Баумана» (рис. 15).

Для проведения оценки вероятности обнаружения дефектов в монолитных конструкциях из

ПКМ при автоматизированном неразрушающем контроле ультразвуковым эхо-импульсным методом раздельно-совмещенным многоканальным датчиком изготовлены конструктивно-подобные образцы монолитных конструкций из ПКМ (углепластиков и стеклопластиков) толщиной до 24 мм с искусственными дефектами разных типов и размеров.

Для проведения оценки вероятности обнаружения дефектов в трехслойных сотовых конструкциях из ПКМ при автоматизированном неразрушающем контроле ультразвуковым теньевым методом роликовыми катящимися преобразователями с сухим контактом изготовлены конструктивно-подобные образцы трехслойных сотовых конструкций из ПКМ с обшивками из углепластика и стеклопластика толщиной до 46 мм с искусственными дефектами разных типов и размеров.

Результаты

В соответствии с разработанной методикой по результатам контроля конструктивно-подобных образцов монолитных конструкций из ПКМ толщиной до 24 мм с искусственными дефектами разных типов и размеров произведена оценка вероятности обнаружения дефектов при автоматизированном неразрушающем контроле ультразвуковым эхо-импульсным методом раздельно-совмещенным многоканальным датчиком.

Результаты приведены на рис. 16 (модельная функция – «логит», информативный размер – площадь дефекта, мм², ось размеров – логарифмическая). Видно явное смещение центра выборки вправо от центральной точки кривой вероятности, что, как установлено ранее, является допустимым и не ухудшает искомую величину $a_{90/95}$. В соответствии с данным графиком площадь дефекта,

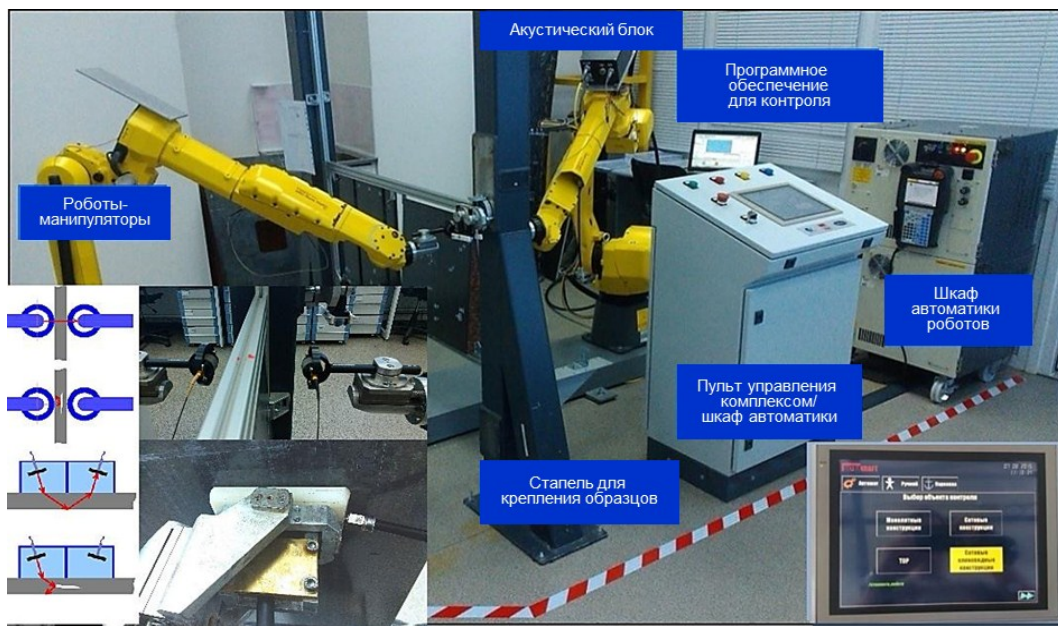


Рис. 15. Макет автоматизированного комплекса для ультразвукового неразрушающего контроля качества деталей и агрегатов из ПКМ

выявляемого при автоматизированном неразрушающем контроле эхо-импульсным методом раздельно-совмещенным датчиком в 90% случаев с доверительной вероятностью 0,95 (95%), составляет 41,75 мм², что соответствует выявлению отражателя в виде плоскодонного отверстия диаметром 7,3 мм.

В соответствии с разработанной методикой по результатам контроля конструктивно-подобных образцов трехслойных сотовых конструкций из ПКМ с обшивками из углепластика и стеклопластика толщиной до 46 мм с искусственными де-

фектами разных типов и размеров произведена оценка вероятности обнаружения дефектов при автоматизированном неразрушающем контроле ультразвуковым теньвым методом роликовыми катящимися преобразователями с сухим контактом. Результаты приведены на рис. 17 (модельная функция – «логит», информативный размер – площадь дефекта, мм²). В соответствии с данным графиком площадь дефекта выявляемого при автоматизированном неразрушающем контроле теньвым методом роликовыми катящимися преобразователями в 90% случаев с доверительной

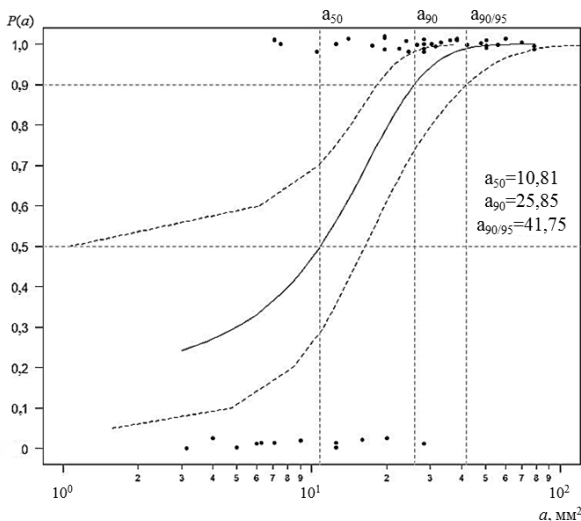


Рис. 16. Зависимость вероятности обнаружения дефектов от их площади при автоматизированном неразрушающем контроле ультразвуковым эхо-импульсным методом раздельно-совмещенным датчиком монолитных конструкций из ПКМ

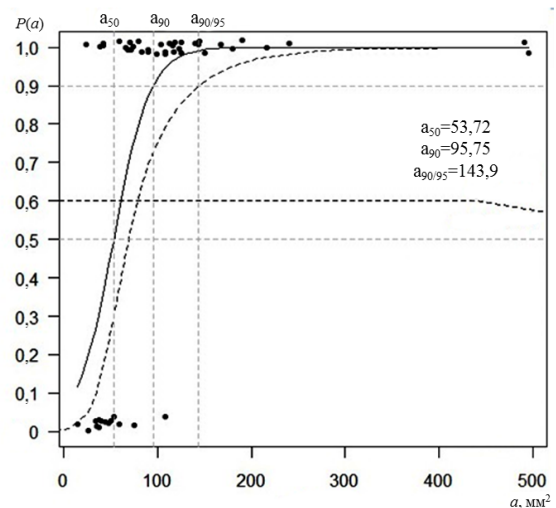


Рис. 17. Зависимость вероятности обнаружения дефектов от их площади при автоматизированном неразрушающем контроле ультразвуковым теньвым методом сотовых конструкций из ПКМ с обшивками из углепластика и стеклопластика при высоте сотового наполнителя до 40 мм

вероятностью 0,95 (95%), составляет 143,9 мм² (при высоте сотового заполнителя до 40 мм), что соответствует выявлению расслоений в обшивках и непрочлеев между сотами и обшивкой диаметром 13,5 мм.

Обсуждение и заключения

Предложен и описан алгоритм построения функции вероятности обнаружения дефекта в зависимости от его размера путем перехода к вероятностной зависимости в виде функции распределения обобщенной линейной модели, которая задается в виде модельной сигмовидной функции зависимости между величиной вероятности выявления $P(a)$ и размером дефекта a , а затем производится подбор параметров модельной функции путем поиска наибольшего правдоподобия функции относительно исходных данных.

Произведен выбор и приведено полное описание в готовом для использования виде модельных функций вероятностной зависимости в виде законов распределения четырех функций, обеспечивающих необходимое сочетание точности результатов и сложности расчетов.

Предложен и описан алгоритм построения границ доверительного интервала путем оценки вариации функции логарифма отношения максимального значения функции правдоподобия к текущему значению функции правдоподобия в соответствии с критерием Пирсона.

На основании проведенного моделирования и анализа влияния различных свойств выборки дефектов на результирующий график вероятности выявления дефектов и границ его доверительных интервалов, разработаны следующие методические рекомендации по проектированию выборки дефектов для построения графиков вероятности выявления.

1. Рекомендуемое количество дефектов для моделирования вероятности выявления составляет не менее 60 шт. и не более 90 шт. (из-за отсутствия экономически обоснованного увеличения точности величины $a_{90/95}$).

Не рекомендуется использовать менее 60 дефектов по следующим причинам:

– использование всего лишь 30 или 45 образцов иногда приводит к численно неустойчивым ситуациям с оценкой неконвергентного параметра обобщенной линейной модели или сходимостью к параметру, не имеющему логического смысла, – например, вероятности выявления, которая будет ухудшаться по мере увеличения размера дефекта; – даже при успешной конвергенции модели границы доверительной вероятности при малом количестве дефектов в выборке оказываются достаточно широкими, поэтому точность при оценке величины $a_{90/95}$ оказывается неудовлетворительной.

2. Рекомендуется использовать равномерное распределение (после логарифмического преобразования, если это необходимо) целевых размеров.

3. Целевой диапазон размеров должен приводить к тому, чтобы охват величин вероятности составлял приблизительно от 3 до 97%.

4. Если есть подозрение, что центр выборки может не попасть в истинный центр модели вероятности выявления, то рекомендуется распределение дефектов в выборке со смещением вправо. Поскольку «покрытие» величин вероятности должно составлять от 3 до 97%, следует при необходимости переоценить охват размеров вправо (в большую сторону).

5. Следует иметь в виду возможность существования ограничений по минимальному и/или максимальному значению вероятности выявления:

– не все исследования дефектов очень больших размеров могут достигать вероятности 100% (расчет вероятности выявления выше максимального допустимого значения требует специальных методов статистического анализа);

– то же самое относится к исследованиям очень маленьких дефектов, информативные сигналы от которых настолько смешиваются с шумами разной природы, что предположение о вероятности выявления, равной 0%, становится несостоятельным.

ЛИТЕРАТУРА

1. Каблов Е.Н. Инновационные разработки ФГУП «ВИАМ» ГНЦ РФ по реализации «Стратегических направлений развития материалов и технологий их переработки на период до 2030 года» // *Авиационные материалы и технологии*. 2015. №1 (34). С. 3–33. DOI: 10.18577/2071-9140-2015-0-1-3-33.
2. Каблов Е.Н. Стратегические направления развития материалов и технологий их переработки на период до 2030 года // *Авиационные материалы и технологии*. 2012. №1. С. 7–17.
3. Каблов Е.Н. Контроль качества материалов – гарантия безопасности эксплуатации авиационной техники // *Авиационные материалы и технологии*. 2001. №1. С. 3–8.
4. Каблов Е.Н. Современные материалы – основа инновационной модернизации России // *Металлы Евразии*. 2012. №3. С. 10–15.
5. Каблов Е.Н. Материалы нового поколения – основа инноваций, технологического лидерства и национальной безопасности России // *Интеллект и технологии*. 2016. №2 (14). С. 16–21.
6. Бойчук А.С., Генералов А.С., Степанов А.В. Вероятностная оценка достоверности результатов ультразвукового неразрушающего контроля монолитных конструкций из углепластика при использовании фазированных решеток // *Труды ВИАМ: электрон. науч.-технич. журн.* 2016. №11 (47). Ст. 11. URL: <http://www.viam-works.ru> (дата обращения: 22.05.2018). DOI: 10.18577/2307-6046-2016-0-11-11-11.

7. Генералов А.С., Бойчук А.С., Чертищев В.Ю., Яковлева С.И., Диков И.А. Выявление расслоений и непроклеев в 5- и 7-слойных сотовых деталях и элементах конструкций из ПКМ акустическим методом // Клеи. Герметики. Технологии. 2017. №3. С. 23–26.
8. Бойчук А.С., Чертищев В.Ю., Диков И.А., Генералов А.С. Оценка возможности определения пористости в углепластике ультразвуковым теньвым методом // Труды ВИАМ: электрон. науч.-технич. журн. 2017. №7 (55). Ст. 11. URL: <http://www.viam-works.ru> (дата обращения: 22.05.2018). DOI: 10.18577/2307-6046-2017-0-7-11-11.
9. Чертищев В.Ю., Генералов А.С. Повышение производительности ультразвукового контроля изделий с плоскопараллельными границами цифровой фокусировкой антенных решеток методом C-SAFT // Труды ВИАМ: электрон. науч.-технич. журн. 2016. №10. Ст. 10. URL: <http://www.viam-works.ru> (дата обращения: 22.05.2018). DOI: 10.18577/2307-6046-2016-0-10-10-10.
10. Ложкова Д.С., Далин М.А. Оценка достоверности автоматизированного ультразвукового контроля типовых сплавов с использованием математического моделирования // В мире неразрушающего контроля. 2014. №4 (66). С. 15–19.
11. Бойчук А.С., Генералов А.С., Далин М.А., Степанов А.В. Вероятностная оценка достоверности результатов ультразвукового неразрушающего контроля конструкций из ПКМ, применяемых в авиационной промышленности // Ремонт. Восстановление. Модернизация. 2013. №9. С. 36–39.
12. Кобзарь А.И. Прикладная математическая статистика. Для инженеров и научных сотрудников. М.: Физматлит, 2006. 816 с.
13. MIL-HDBK-1823A. Department of Defense Handbook: Nondestructive Evaluation System Reliability Assessment. 2009. 171 p.
14. Носко В.П. Эконометрика для начинающих. Дополнительные главы. М.: Ин-т экономики переходного периода, 2005. 255 с.
15. Основы математической статистики / под ред. В.С. Иванова. М.: Физкультура и спорт, 1990. 165 с.
16. ASTM E2862–12. Standard Practice for Probability of Detection Analysis for Hit/Miss Data. 2012. 6 p. DOI: 10.1520/E2862-12.