

УДК 533.6.072

Ю.А. Азаров¹, Р.А. Черноволов¹

**РАЗРАБОТКА РЕКОМЕНДАЦИЙ
ПО ВЫБОРУ КОНСТРУКЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ
ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ ЯВЛЕНИЙ АЭРОУПРУГОСТИ
НА ДИНАМИЧЕСКИ ПОДОБНЫХ МОДЕЛЯХ
ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ
В АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ ТРУБАХ**

DOI: 10.18577/2071-9140-2018-0-2-75-87

Цель работы – анализ типовых конструктивно-силовых схем динамически подобных моделей летательных аппаратов и разработка требований к весовым, жесткостным и прочностным характеристикам материалов, применение которых в конструкции моделей позволит выполнить критерии подобия Коши, Ньютона и Струхала при моделировании явлений аэроупругости летательных аппаратов в аэродинамических трубах.

Ключевые слова: аэроупругость, динамически подобная модель, перетяжеление, композиционные материалы, прочность, жесткость.

Yu.A. Azarov¹, R.A. Chernovolov¹

**DEVELOPMENT OF RECOMMENDATIONS
ON STRUCTURAL MATERIAL SELECTION
IN AEROELASTIC PHENOMENA MODELLING
AIRCRAFT DYNAMICALLY SIMILAR MODELS
IN WIND TUNNELS**

The aim of the work is to analyze typical structural layouts of aircraft dynamically similar models and to develop requirements for weight, roughness and strength properties of the materials, the use of which in the models design will fulfill the similarity criteria of Cauchy, Newton and Strouhal in aircraft aeroelasticity modeling in wind tunnels.

Keywords: aeroelasticity, dynamically similar model, excessive weight, composite materials, strength, toughness.

¹Федеральное государственное унитарное предприятие «Центральный аэрогидродинамический институт им. профессора Н.Е. Жуковского» Государственный научный центр Российской Федерации [Federal State Unitary Enterprise «Central Aerohydrodynamic Institute named after N.E. Zhukovsky» State Research Center of the Russian Federation]; e-mail: info@tsagi.ru.

Явления аэроупругости имеют сложную физическую природу, обусловленную взаимодействием аэродинамических, инерционных и упругих сил, действующих на конструкцию летательных аппаратов (ЛА) в полете.

Для изучения этих явлений методом моделирования в дозвуковых и трансзвуковых аэродинамических трубах (АДТ) в ЦАГИ и в мировой практике широко используются динамически подобные и упругоподобные модели различного типа, объединяемые общим термином «аэроупругие модели» [1–3].

Несмотря на развитие расчетных методов и вычислительной техники, испытания аэроупругих моделей в АДТ по-прежнему являются основным (иногда единственным) и наиболее достоверным способом доказательства безопасности конструкции ЛА как в обычных условиях эксплуатации, так и на экстремальных режимах полета (внешние

повреждения, обрыв тяги проводки управления и т. д.), т. е. в тех случаях, когда затруднен или невозможен летный эксперимент. Поэтому исследование явлений динамической аэроупругости – флаттера и бафтинга – на динамически подобных моделях (ДПМ) в аэродинамических трубах в трансзвуковом диапазоне чисел Маха (М) является актуальной задачей.

Создание ДПМ ЛА, предназначенных для экспериментальных исследований в АДТ динамических явлений аэроупругости: флаттера и бафтинга, является сложной, трудоемкой и ответственной научно-технической задачей, требующей подобия натурной конструкции не только по внешней геометрической форме, но и по распределенным массово-инерционным и жесткостным характеристикам [4, 5].

Основными конструктивно-силовыми схемами трансзвуковых ДПМ являются:

- конструктивно-подобная схема;
- балочная схема;
- пластинная схема.

Разработка перспективных гражданских самолетов нового поколения потребовала резкого сокращения сроков, повышения информативности и точности экспериментальных исследований в АДТ характеристик аэроупругости создаваемых ЛА, чтобы уже на стадиях эскизного и рабочего проектирования оперативно решать вопросы, связанные с оптимизацией конструкции и обеспечением безопасности по аэроупругости в тесной интеграции с расчетными исследованиями.

Теоретической основой моделирования явлений аэроупругости в аэродинамических трубах являются закон механического подобия Ньютона и теория размерности. В соответствии с ними две механические системы являются динамически подобными, если они геометрически подобны и одна система как бы копирует движение другой. Для этого необходимо, чтобы так называемые критерии подобия, являющиеся безразмерными величинами, имели одинаковые значения (*idem*) для модели и натурной конструкции.

При моделировании динамических явлений аэроупругости основными критериями подобия являются следующие.

1. *Полное геометрическое подобие* модели натурной конструкции по внешней обтекаемой потоком воздуха поверхности (в строгой постановке модель самолета должна быть его точной геометрической копией).

2. *Число Маха*: $M=V/a=idem$,

где V – скорость потока (полета); a – скорость звука.

3. *Критерий Коши*: $Ca=\frac{f}{\rho \cdot V^2 \cdot l}=idem$,

где f – характерная жесткость конструкции; ρ – плотность потока; l – характерная длина.

Выполнение этого условия обеспечивает соблюдение подобия упругих деформаций конструкции модели и самолета под действием аэродинамических сил, а выражение характерной жесткости конструкции (f) зависит от выбранной конструктивно-силовой схемы ДПМ:

Например, при проектировании ДПМ по конструктивно-подобной схеме $f=E$ (где E – модуль упругости основного конструкционного материала ЛА) число $Ca=\frac{E}{\rho \cdot V^2}$.

Поскольку авиационные конструкции представляют собой в основном тонкостенные конструкции и их жесткостные характеристики пропорциональны толщине конструктивных элементов t , то с учетом этого характерная жесткость $f=E \cdot t$, а критерий $Ca=\frac{E \cdot t}{l \cdot \rho \cdot V^2}$.

При разработке конструкции ДПМ фюзеляжа

или крыла большого удлинения с использованием балочной схематизации $f=E \cdot J_{изг}$ (или $G \cdot J_{кр}$), где $E \cdot J_{изг}$ и $G \cdot J_{кр}$ – жесткости поперечного сечения фюзеляжа и кессона крыла на изгиб и кручение, поэтому критерии равны:

$$Ca=\frac{E \cdot J_{изг}}{l^4 \cdot \rho \cdot V^2} \quad \text{и} \quad Ca=\frac{G \cdot J_{кр}}{l^4 \cdot \rho \cdot V^2}.$$

В случае моделирования крыла малого удлинения с использованием пластинной схематизации упругие свойства конструкции описываются цилиндрической жесткостью $f=E \cdot \delta^3$, где δ – толщина пластины, поэтому критерий Коши в этом случае равен:

$$Ca=\frac{E \cdot \delta^3}{l^3 \cdot \rho \cdot V^2}.$$

4. *Критерий Ньютона*: $Nw=\frac{m}{\rho \cdot l^2}=idem$,

где m – погонная масса конструкции.

Этот критерий требует равенства отношения массы конструкции к присоединенной массе воздуха на модели и натурной конструкции.

Для сосредоточенных грузов – например, двигателя или полной массы ЛА – критерий $Nw=\frac{G}{\rho \cdot l^3}$.

5. *Критерий Струхаля*: $Sh=\frac{\omega \cdot l}{V}=idem$,

где ω – частота колебаний, которая является важнейшим критерием подобия при моделировании флаттера и бафтинга.

При одинаковом числе Струхаля на модели и натурной конструкции устанавливается кинематическое подобие при колебательных процессах в нестационарном потоке воздуха.

Критерии подобия Ca , Nw и Sh не являются независимыми друг от друга, а связаны соотношением $Sh=\sqrt{Ca/Nw}$, поэтому подобие по Sh выполняется автоматически, если имеет место подобие по числам Ca и Nw .

Равенство перечисленных критериев подобия для модели и натурной конструкции позволяет получить связь между масштабными коэффициентами, необходимыми для проектирования модели и для пересчета результатов испытания модели на натурную конструкцию.

Удельные жесткостные и прочностные характеристики традиционных материалов

Наиболее информативной характеристикой материалов при оценке весовой эффективности конструктивно-силовых схем ДПМ при одинаковом масштабе жесткости является удельная

Таблица 1

**Плотность и удельные жесткостные характеристики
изотропных конструкционных и формообразующих материалов**

Материал	γ_i , кг/м ³	γ_i/γ_{95}	E , ГПа	E/γ_i , м ² /с ²	$\frac{(E/\gamma)_i}{(E/\gamma)_{95}}$
Алюминиевые сплавы					
Д16-Т	2800	1,0	72	$2,57 \cdot 10^7$	1,0
В95	2800	1,0	72	$2,57 \cdot 10^7$	1,0
Магниевые сплавы					
МА3	1800	0,64	42	$2,33 \cdot 10^7$	0,91
МА5	1800	0,64	42	$2,33 \cdot 10^7$	0,91
Титановый сплав					
BT5	4400	1,57	110	$2,50 \cdot 10^7$	0,97
Сталь					
30ХГСА	7800	2,79	210	$2,69 \cdot 10^7$	1,04
Изотропные композиционные материалы					
Углепластик	1450	0,52	50	$3,45 \cdot 10^7$	1,34
Стеклопластик	1500	0,53	11,5	$0,77 \cdot 10^7$	0,3
Термопластики					
АВС-пластик	1040	0,37	2,4	$2,3 \cdot 10^6$	0,09
РС-поликарбонат	1200	0,43	2,2	$1,83 \cdot 10^6$	0,07

жесткость E/γ , где плотность $\gamma_{95} = \rho \cdot g$, g – ускорение свободного падения; γ_{95} – плотность сплава В95. В табл. 1 приведены плотности и удельные жесткостные характеристики изотропных конструкционных материалов, к которым относятся металлы, изотропные угле- и стеклопластики, а также термопластики.

Необходимо пояснить, что в данной работе под термином «изотропные композиционные материалы (углепластик и стеклопластик)» подразумевается одинаковость механических характеристик в плоскости листа, т. е. они являются поперечно (аксиально) изотропными или трансропными. Поперечная составляющая не рассматривается, так как конструкции являются тонкостенными. Например, при формовании обшивки модели происходит выкладка изотропного (трансропного) пакета материала с использованием однонаправленной ленты. При этом полимерный композиционный материал (ПКМ) имеет ориентацию слоев $[+45^\circ; -45^\circ; 0^\circ; 90^\circ]_m$ или $[0; +60^\circ; -60^\circ]_n$ или их комбинацию [6].

Для того чтобы оценить эффективность применения ПКМ в конструкциях ДПМ, в табл. 1 для каждого материала дано отношение его удельной жесткости к удельной жесткости алюминиевого сплава В95, который принят в качестве базового материала. Из данных табл. 1 следует, что наиболее эффективно применять в конструкции аэроупругих моделей углепластик, так как при одинаковой массе конструкции такая конструкция бу-

дет наиболее жесткой, и, наоборот, при одинаковой жесткости таких конструкций конструкция из углепластика будет наиболее легкой, что очень важно при моделировании явлений флаттера и бафтинга.

Не менее важным вопросом при выборе материала для многоцелевых ДПМ является обеспечение максимальной прочности модели при ее испытаниях в АДТ на различных углах атаки. В табл. 2 приведены удельные прочностные характеристики изотропных материалов и их отношение к удельной прочности алюминиевого сплава В95, принятого за базовый материал.

Из данных табл. 2 следует, что наиболее эффективно применять в конструкции ДПМ углепластик, так как при одинаковой массе конструкции она будет наиболее прочной.

**Оценка размеров типовых сечений,
их весовой эффективности и прочности
для трех конструктивно-силовых схем ДПМ
из традиционных материалов при одинаковых
жесткости и аэродинамической нагрузке**

С использованием данных, приведенных в табл. 1 и 2, последовательно для каждой из трех типовых конструктивно-силовых схем моделей выполним сравнительную оценку их весовой и прочностной эффективности в зависимости от использования различных материалов при следующих условиях:

Удельные прочностные характеристики изотропных материалов и их отношение к удельной прочности алюминиевого сплава В95

Материал	γ_{i3} кг/м ³	γ_i/γ_{95}	σ_{B3} МПа	σ_{B3}/γ_{i3} м ² /с ²	$\frac{(\sigma_{B3}/\gamma)_i}{(\sigma_{B3}/\gamma)_{95}}$
Алюминиевые сплавы					
Д16-Т	2800	1,0	400	$14,3 \cdot 10^4$	0,67
В95	2800	1,0	600	$21,0 \cdot 10^4$	1,0
Магниевые сплавы					
МА3	1800	0,64	260	$14,4 \cdot 10^4$	0,68
МА5	1800	0,64	300	$16,7 \cdot 10^4$	0,795
Титановый сплав					
BT5	4400	1,57	1000	$22,7 \cdot 10^4$	1,08
Сталь					
30ХГСА	7800	2,79	1200	$15,0 \cdot 10^4$	0,71
Изотропные композиционные материалы					
Углепластик	1450	0,52	500	$34,5 \cdot 10^4$	1,64
Стеклопластик	1500	0,53	200	$13,3 \cdot 10^4$	0,635
Термопластики					
АВС-пластик	1040	0,37	60	$5,8 \cdot 10^4$	0,28
РС-поликарбонат	1200	0,43	100	$8,5 \cdot 10^4$	0,40

– модели трех типовых конструктивно-силовых схем имеют одинаковые габаритные линейные размеры и профили сечений;

– законы распределения и величины жесткостных характеристик по размаху одинаковые – $E \cdot J_i = \text{const}$;

– эпюры изгибающего момента $M_{\text{изг}}$ от аэродинамической нагрузки для рассматриваемых моделей одинаковые. Поскольку в сечении $M_{\text{изг}} = \sigma \cdot W = \text{const}$ (где W – момент сопротивления сечения, зависящий только от его геометрических характеристик), то это условие можно записать в более удобном виде для сравнительной оценки напряженного состояния моделей разной схемы – $\sigma_i \cdot W_i = \text{const}$;

– сравнение выполняется по типовому поперечному сечению для каждой конструктивно-силовой схемы модели в виде его характерных линейных размеров, погонной массы, жесткости, максимального напряжения, запаса прочности для каждого материала по отношению к характеристикам идентичных базовых сечений модели, выполненной из авиационного алюминиевого сплава В95.

Полнопрофильная балка-кессон (прототип конструктивно-подобной модели)

Балка-кессон имеет замкнутое тонкостенное сечение по размаху. Форма поперечного сечения модельной балки соответствует условной модели копии, и поэтому габаритные размеры сечения

для всех материалов остаются неизменными, а изменяется толщина стенок контура сечения. В этом случае жесткости сечений на вертикальный изгиб $E \cdot J_B$, горизонтальный изгиб $E \cdot J_T$ и жесткости на кручение $G \cdot J_{\text{кр}}$ пропорциональны модулю упругости и толщине стенки t , тогда из условия $(E \cdot J)_B = (E \cdot J)_{95}$ следует, что $t_i \cdot E_i = t_{95} \cdot E_{95}$ и соответственно толщина стенки $t_i = t_{95} (E_{95}/E_i)$ определяется отношением модулей упругости материалов.

Отношение погонных масс в этом случае определяется отношением удельных жесткостных характеристик материалов:

$$\frac{m_i}{m_{95}} = \frac{\gamma_i}{\gamma_{95}} \cdot \frac{t_i}{t_{95}} = \frac{(E/\gamma)_{95}}{(E/\gamma)_i}$$

Оценку прочностных характеристик моделей из разных материалов получим из условия $\sigma_i \cdot W_i = \sigma_{95} \cdot W_{95}$. Для тонкостенной балки момент сопротивления сечения W прямо пропорционален толщине стенки t , и тогда $\sigma_i \cdot t_i = \sigma_{95} \cdot t_{95}$. Поскольку $t_i = t_{95} (E_{95}/E_i)$, то напряжение в i -й балке определяется отношением модуля упругости используемого материала к модулю упругости сплава В95 – $\sigma_i = \sigma_{95} (E_i/E_{95})$.

В табл. 3 приведены сравнительные геометрические, массовые и прочностные характеристики сечений тонкостенной балки-кессона из различных материалов относительно характеристик кессона, выполненного из алюминиевого сплава В95. Даны также значения напряжений в балках –

Таблица 3

Геометрические, массовые и прочностные характеристики сечений тонкостенной балки-кессона ($E_i \cdot t_i = \text{const}$)

Материал	t_i/t_{95}	m_i/m_{95}	σ_i/σ_{95}	$600 \cdot (\sigma_i/\sigma_{95})$, МПа	$\eta = \sigma_{95}/\sigma_i$
Алюминиевые сплавы					
Д16-Т	1,0	1,0	1,0	600	0,67
В95	1,0	1,0	1,0	600	1,0
Магниевые сплавы					
МА3	1,71	1,1	0,59	350	0,74
МА5	1,71	1,1	0,59	350	0,86
Титановый сплав					
BT5	0,65	1,03	1,53	920	1,09
Сталь					
30ХГСА	0,34	0,96	2,92	1750	0,68
Изотропные композиционные материалы					
Углепластик	1,44	0,75	0,70	420	1,19
Стеклопластик	6,26	3,33	0,16	96	2,1
Термопластики					
АВС-пластик	30,3	11,2	0,033	20	3,0
РС-поликарбонат	32,7	4,0	0,03	18	5,5

$\sigma_i = \sigma_{95}(E_i/E_{95}) = 600(E_i/E_{95})$, которые были бы, если бы во время эксперимента в АДТ при увеличении угла атаки или скоростного напора напряжения в «базовой балке» достигли бы разрушающих значений – $\sigma_{95} = 600$ МПа. Кроме того, приведены коэффициенты запаса прочности $\eta = \sigma_{95}/\sigma_i = (\sigma_{95}/\sigma_{95}) \cdot (E_{95}/E_i) = (600/\sigma_i) \cdot (E_{95}/E_i)$ для балок из различных материалов для данного расчетного случая.

Из данных табл. 3 следует, что наиболее эффективным материалом для изготовления моделей по конструктивно-подобной схеме является изотропный композиционный материал – углепластик. Он имеет преимущества по всем характеристикам при сравнении с металлами, а сравнение с термопластиком является некорректным, поскольку, во-первых, сечение конструкции из термопластика нельзя считать тонкостенным и, во-вторых, оно во много раз перетяжелено по сравнению с сечениями конструкции из металлов. Перетяжелена также модель кессона из стеклопластика. Существенным преимуществом углепластика является именно меньшая масса кессона, по сравнению с кессоном, выполненным из базового сплава В95, так как это позволяет с помощью установки сменных дополнительных грузов, во-первых, привести массовые характеристики модели в соответствие с массовыми характеристиками, требуемыми по подобию (числом N_w), и, во-вторых, при проведении эксперимента в АДТ есть возможность перетяжелить модель с помощью сменных грузов для исследований влияния числа Sh на критический скоростной напор флаттера и характеристики бафтинга.

Анализ результатов, приведенных в табл. 3, показывает, что алюминиевые и магниевые спла-

вы практически не имеют преимуществ друг перед другом, но технологический процесс изготовления тонкостенной металлической балки с замкнутым сечением достаточно сложен. Кроме того, необходимо принимать дополнительные конструктивные меры, для того чтобы избежать потери устойчивости тонких стенок балки, что неизбежно приведет к ухудшению весового совершенства конструкции.

Несколько неожиданным оказался результат применения стали 30ХГСА. При одинаковом весовом совершенстве с кессоном из сплава В95 балка из легированной стали с пределом прочности $\sigma_b = 1200$ МПа разрушится на 70% от максимальной нагрузки, при которой разрушается балка из сплава В95. Это объясняется тем, что при одинаковой погонной массе и жесткости момент сопротивления (W) стального сечения почти в 3 раза меньше момента сопротивления сечения из сплава В95. Этим обстоятельством, а также сложным и длительным технологическим процессом изготовления стальных сварных конструктивно-подобных моделей объясняется неэффективность их применения для исследований флаттера, и особенно – для исследований бафтинга на ненулевых углах атаки.

Несомненным преимуществом композиционных материалов является также то, что с использованием сравнительно простых методов формования (например, методов вакуумного формования или инфузии) можно изготовить тонкостенную балку целиком в виде неразъемной конструкции, в отличие от пустотелых металлических балок, для которых необходимо применять механическую сборку или сварку отдельных секций и сверхтонких листов.

Балка-лонжерон сплошного сечения

Лонжероны сплошного сечения широко используются в конструкции динамически подобных моделей при балочной схеме натурной конструкции. Как правило, при расчете параметров лонжеронов используются три типа сплошного поперечного сечения: прямоугольной (а), крестообразной (б) и Н-образной формы (в) (рис. 1).

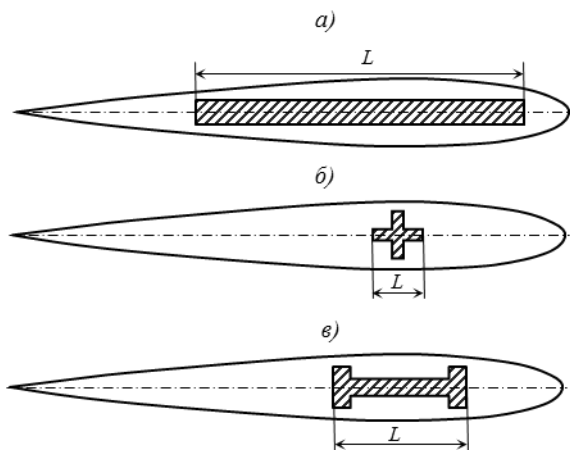


Рис. 1. Типовые сечения балки-лонжерона прямоугольной (а), крестообразной (б) и Н-образной формы (в)

В качестве исходных данных при расчете геометрических характеристик сечений применяют жесткость вертикального изгиба $E \cdot J_{\theta}$, жесткость на изгиб в горизонтальной плоскости $E \cdot J_{\Gamma}$ и жесткость на кручение $G \cdot J_{кр}$ относительно оси жесткости. Для лонжеронов фюзеляжей обычно используются крестообразные сечения, для несущих поверхностей среднего и большого удлинения – лонжероны с Н-образной формой поперечного сечения.

Выбор формы поперечного сечения в этих случаях зависит от соотношения заданных жесткостных характеристик в каждом расчетном сечении $G \cdot J_{кр} / E \cdot J_{\theta}$ и $E \cdot J_{\Gamma} / E \cdot J_{\theta}$.

Лонжероны с прямоугольным сечением применяются, когда моделируются только жесткости при вертикальном изгибе и на кручение.

Общим свойством сплошных сечений лонжеронов является то, что их моменты инерции J пропорциональны l_i^4 , а моменты сопротивления $W \sim l_i^3$, где l_i – характерный размер для каждого типа сечения.

Если учесть, что сечения остаются геометрически подобными при применении различных материалов, то выводы, полученные далее об эффективности применения того или иного материала для изготовления лонжеронов, являются общими для всех разнообразных форм сплошных сечений. При сравнении в качестве базового материала остается алюминиевый сплав В95.

Из условия $(E \cdot J)_i = (E \cdot J)_{95}$ следует, что $E_i \cdot l_i^4 = E_{95} \cdot l_{95}^4$, поэтому масштаб изменения

геометрических размеров сечений для различных материалов по отношению к базовому определяется как $l_i / l_{95} = \sqrt[4]{E_{95} / E_i}$, а отношение погонных

$$\text{масс – как } \frac{m_i}{m_{95}} = \frac{\gamma_i \cdot l_i^2}{\gamma_{95} \cdot l_{95}^2} = \frac{\gamma_i}{\gamma_{95}} \cdot \sqrt{\frac{E_{95}}{E_i}}.$$

Из условий $M_{изг} = \text{const}$ и $W \sim l_i^3$ следует, что $\sigma_i \cdot l_i^3 = \sigma_{95} \cdot l_{95}^3$, поэтому напряженное состояние балок из различных материалов по отношению к балке из сплава В95 определяется по формуле:

$$\frac{\sigma_i}{\sigma_{95}} = \frac{E_i}{E_{95}} \cdot \sqrt[4]{\frac{E_{95}}{E_i}}.$$

В табл. 4 приведены сравнительные геометрические, массовые и прочностные характеристики балок-лонжеронов сплошного сечения из различных материалов относительно характеристик балки, выполненной из алюминиевого сплава В95. Даны значения напряжений σ , в балках из различных материалов, которые были бы, если бы во время эксперимента в АДТ при увеличении угла атаки или скоростного напора или при возникновении флаттера напряжения в «базовой балке» достигли бы разрушающих значений – $\sigma_{В95} = 600$ МПа. Кроме того, для данного расчетного случая приведены значения отношения предела прочности каждого материала $\sigma_{в}$ к действующему напряжению, которые показывают, что наибольшие коэффициенты запаса прочности $\eta = \sigma_{в} / \sigma_i$ имеют балки из титанового сплава, из изотропных композиционных материалов: стеклопластика и углепластика, а с точки зрения весового совершенства несомненное преимущество дает применение углепластика.

Пластина сплошного сечения

Пластинная схема достаточно широко применяется при моделировании жесткостных характеристик несущих поверхностей малого удлинения и широких несущих фюзеляжей самолетов интегральной схемы.

Внешние (габаритные) размеры пластины являются заданными и определяются при проектировании модели принятой величиной масштаба линейных размеров K_L . Жесткостной характеристикой пластины является цилиндрическая (погонная) жесткость:

$$D = \frac{E \cdot \delta^3}{12(1-\mu^2)},$$

где δ – толщина пластины; μ – коэффициент Пуассона.

Момент сопротивления W в этом случае пропорционален параметру δ^2 .

По аналогии с балками сплошного сечения запишем два условия:

$$\begin{aligned} E_i \cdot \delta_i^3 &= E_{95} \cdot \delta_{95}^3; \\ \sigma_i \cdot \delta_i^2 &= \sigma_{95} \cdot \delta_{95}^2. \end{aligned}$$

Таблица 4

Сравнительные геометрические, массовые и прочностные характеристики балок сплошного сечения из различных материалов ($E_i \cdot I_i^4 = \text{const}$)

Материал	l_i/l_{95}	m_i/m_{95}	σ_i/σ_{95}	$600 \cdot (\sigma_i/\sigma_{95})$, МПа	$\eta = \sigma_{вн}/\sigma_i$
Алюминиевые сплавы					
Д16-Т	1,0	1,0	1,0	600	0,67
В95	1,0	1,0	1,0	600	1,0
Магниевые сплавы					
МА3	1,14	0,84	0,67	400	0,65
МА5	1,14	0,84	0,67	400	0,75
Титановый сплав					
BT5	0,89	1,27	1,36	820	1,22
Сталь					
30ХГСА	0,76	1,63	2,23	1340	0,9
Изотропные композиционные материалы					
Углепластик	1,10	0,62	0,76	450	1,1
Стеклопластик	1,58	1,32	0,25	150	1,3
Термопластики					
АВС-пластик	2,34	2,03	0,078	46	1,3
РС-поликарбонат	2,45	2,16	0,072	43	2,3

Из этих условий следуют изменения толщины и массы пластин при применении различных конструктивных материалов вместо алюминиевого сплава В95:

$$- \text{отношение толщин } \frac{\delta_i}{\delta_{95}} = \sqrt[3]{\frac{E_{95}}{E_i}}$$

- отношение погонных масс

$$\frac{m_i}{m_{95}} = \frac{\gamma_i}{\gamma_{95}} \cdot \frac{\delta_i}{\delta_{95}} = \frac{\gamma_i}{\gamma_{95}} \cdot \sqrt[3]{\frac{E_{95}}{E_i}}$$

Напряженное состояние пластин из различных материалов по отношению к пластине из сплава В95 выражается соотношением:

$$\frac{\sigma_i}{\sigma_{95}} = \frac{E_i}{E_{95}} \cdot \sqrt[3]{\frac{E_{95}}{E_i}}$$

Из данных табл. 5 следует, что при проектировании динамически подобной модели с использованием пластинной схемы натурной конструкции наиболее выгодным материалом в весовом отношении является углепластик, который обеспечивает такую же прочность пластины, как и алюминиевый сплав В95.

Применение легированной стали и титана приводит к перетяжелению модели, а прочностные характеристики модели при этом остаются на уровне модели из сплава В95.

В табл. 3–5 и на рис. 2 показано, в каком диапазоне изменяется безразмерный коэффициент масштаба масс $K_m = m_i/m_{95}$ для трех конструктивно-силовых схем ДПМ при применении различных

Таблица 5

Параметры пластин из различных материалов ($E_i \cdot \delta_i^3 = \text{const}$)

Материал	δ_i/δ_{95}	m_i/m_{95}	σ_i/σ_{95}	$600 \cdot (\sigma_i/\sigma_{95})$, МПа	$\eta = \sigma_{вн}/\sigma_i$
Алюминиевые сплавы					
Д16-Т	1,0	1,0	1,0	600	0,67
В95	1,0	1,0	1,0	600	1,0
Магниевые сплавы					
МА3	1,20	0,77	0,70	400	0,62
МА5	1,20	0,77	0,70	400	0,71
Титановый сплав					
BT5	0,87	1,37	1,33	790	1,25
Сталь					
30ХГСА	0,70	1,95	2,04	1220	0,98
Изотропные композиционные материалы					
Углепластик	1,13	0,59	0,79	470	1,05
Стеклопластик	1,84	0,97	0,29	170	1,15
Термопластики					
АВС-пластик	3,10	1,15	0,10	60	1,0
РС-поликарбонат	3,20	1,15	0,10	60	1,66

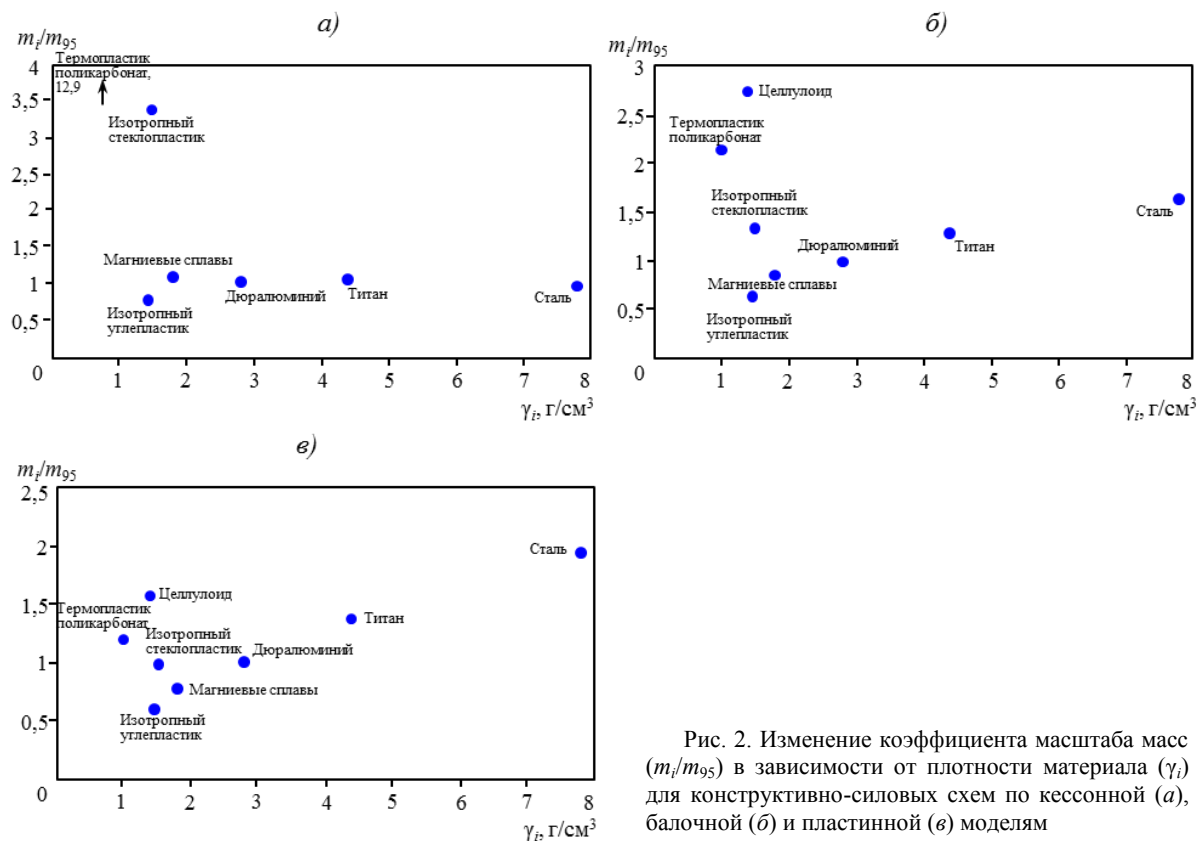


Рис. 2. Изменение коэффициента масштаба масс (m_i/m_{95}) в зависимости от плотности материала (γ_i) для конструктивно-силовых схем по кессонной (а), балочной (б) и пластинной (в) моделям

изотропных материалов и заданном условии $E \cdot J = \text{const}$, а в табл. 6 приведены формулы для вычисления их геометрических и прочностных характеристик.

Оценка размеров типовых сечений, их жесткости и прочности для трех конструктивно-силовых схем ДПМ из традиционных материалов при одинаковой массе и аэродинамической нагрузке

Данная оценка сделана аналогично изложенной в предыдущем параграфе с использованием

данных, приведенных в табл. 1 и 2, для каждой из трех типовых конструктивно-силовых схем моделей при следующих условиях:

- модели трех типовых конструктивно-силовых схем имеют одинаковые линейные размеры;
- законы распределения и величины массовых характеристик по размаху одинаковые – $m_i = \text{const}$;
- эпюры изгибающего момента $M_{изг}$ от аэродинамической нагрузки для рассматриваемых моделей одинаковые. Поскольку $M_{изг} = \sigma \cdot W$ (где W – момент сопротивления сечения, зависящий только от его геометрических характеристик), то это условие для каждого типа конструктивно-силовой

Таблица 6

Формулы для вычисления геометрических, массовых и прочностных характеристик несущих силовых элементов ДПМ при одинаковой жесткости и аэродинамической нагрузке

Кессонная схема	Балочная схема	Пластинная схема
$\frac{t_i}{t_{95}} = \frac{E_{95}}{E_i}$	$\frac{l_i}{l_{95}} = \sqrt[4]{\frac{E_{95}}{E_i}}$	$\frac{\delta_i}{\delta_{95}} = \sqrt[3]{\frac{E_{95}}{E_i}}$
$\frac{m_i}{m_{95}} = \frac{\gamma_i}{\gamma_{95}} \cdot \frac{E_{95}}{E_i}$	$\frac{m_i}{m_{95}} = \frac{\gamma_i}{\gamma_{95}} \cdot \sqrt[4]{\frac{E_{95}}{E_i}}$	$\frac{m_i}{m_{95}} = \frac{\gamma_i}{\gamma_{95}} \cdot \sqrt[3]{\frac{E_{95}}{E_i}}$
$\frac{\sigma_i}{\sigma_{95}} = \frac{E_i}{E_{95}}$	$\frac{\sigma_i}{\sigma_{95}} = \frac{E_i}{E_{95}} \cdot \sqrt[4]{\frac{E_{95}}{E_i}}$	$\frac{\sigma_i}{\sigma_{95}} = \frac{E_i}{E_{95}} \cdot \sqrt[3]{\frac{E_{95}}{E_i}}$

схемы можно записать в общем виде – $\sigma_i \cdot W_i = \text{const}$;

– сравнение выполняется по типовому поперечному сечению для каждой конструктивно-силовой схемы модели в виде его характерных линейных размеров, жесткости, максимального напряжения, запаса прочности для каждого материала по отношению к характеристикам идентичных базовых сечений модели, выполненной из авиационного алюминиевого сплава В95.

Полнопрофильная балка-кессон (прототип конструктивно-подобной модели)

Поскольку принято условие $m_i = \text{const}$, а в качестве базового материала выбран сплав В95, то тогда $m_i = m_{95}$. Из этого равенства следует, что $t_i \cdot \gamma_i = t_{95} \cdot \gamma_{95}$ и соответственно толщина стенки $t_i = t_{95} \cdot (\gamma_{95} / \gamma_i)$ определяется отношением плотностей материалов – γ_{95} и γ_i .

В качестве характерной жесткости сечения кессона примем $(E \cdot J)_i = E_i \cdot t_i^3$, где $E_i \cdot t_i = E_i \cdot t_{95} \cdot (\gamma_{95} / \gamma_i)$. Поскольку жесткость сечения из базового материала $(E \cdot J)_{95} = E_{95} \cdot t_{95}^3$, то отношение жесткости сечения из i -го материала к жесткости сечения из базового материала при постоянной погонной массе определяется отношением их удельных жесткостных характеристик:

$$\frac{(E \cdot J)_i}{(E \cdot J)_{95}} = \frac{(E / \gamma)_i}{(E / \gamma)_{95}}$$

Оценку прочностных характеристик моделей из разных материалов получим из условия $\sigma_i \cdot W_i = \sigma_{95} \cdot W_{95}$. Для тонкостенной балки момент сопротивления сечения W прямо пропорционален толщине стенки t , и тогда $\sigma_i \cdot t_i = \sigma_{95} \cdot t_{95}$. Поскольку при $m_i = \text{const}$, $t_i = t_{95} \cdot (\gamma_{95} / \gamma_i)$, то напряжение в i -й балке определяется отношением плотности i -го материала к плотности сплава В95 – $\sigma_i = \sigma_{95} \cdot (\gamma_i / \gamma_{95})$.

В табл. 7 приведены сравнительные толщины стенок, жесткостных и прочностных характеристик сечений тонкостенной балки-кессона из различных материалов относительно характеристик кессона из алюминиевого сплава В95. Даны также значения напряжений в балках $\sigma_i = \sigma_{95} \cdot (\gamma_i / \gamma_{95})$, которые были бы, если бы во время эксперимента в АДТ при увеличении угла атаки или скоростного напора напряжения в «базовой балке» достигли бы разрушающих значений – $\sigma_{95} = 600$ МПа. Кроме того, приведены коэффициенты запаса прочности $\eta = \sigma_{95} / \sigma_i = (\sigma_{95} / \sigma_{95}) \cdot (\gamma_{95} / \gamma_i) = (\sigma_{95} / 600) \cdot (\gamma_{95} / \gamma_i)$ для балок из различных материалов для данного расчетного случая.

Балка-лонжерон сплошного сечения

Как уже было отмечено ранее, общим свойством сплошных сечений является то, что их моменты инерции J пропорциональны l_i^4 , а моменты сопротивления $W \sim l_i^3$, где l_i – характерный размер сечения.

Из условия $m_i = m_{95} = \text{const}$ следует, что $\gamma_i \cdot l_i^2 = \gamma_{95} \cdot l_{95}^2$, и поэтому масштаб изменения геометрических размеров сечений для различных материалов по отношению к базовому определяется как $l_i / l_{95} = \sqrt{\gamma_{95} / \gamma_i}$, а отношение их жесткостных характеристик (табл. 8):

$$\frac{(E \cdot J)_i}{(E \cdot J)_{95}} = \frac{\gamma_{95}}{\gamma_i} \cdot \frac{(E / \gamma)_i}{(E / \gamma)_{95}}$$

Из условий $M_{изг} = \text{const}$ и $W \sim l_i^3$ следует, что $\sigma_i \cdot l_i^3 = \sigma_{95} \cdot l_{95}^3$, и поэтому напряженное состояние балок из различных материалов при постоянной массе по отношению к балке из сплава В95 определяется по формуле:

$$\frac{\sigma_i}{\sigma_{95}} = \frac{\gamma_i}{\gamma_{95}} \cdot \sqrt{\frac{\gamma_i}{\gamma_{95}}}$$

Таблица 7

Сравнительные толщины стенок, жесткостные и прочностные характеристики сечений тонкостенной балки-кессона ($m_i = m_{95}$)

Материал	t_i / t_{95}	$(E \cdot J)_i / (E \cdot J)_{95}$	σ_i / σ_{95}	$600 \cdot (\sigma_i / \sigma_{95})$, МПа	$\eta = \sigma_{95} / \sigma_i$
Алюминиевые сплавы					
Д16-Т	1,0	1,0	1,0	600	0,67
В95	1,0	1,0	1,0	600	1,0
Магниеые сплавы					
МАЗ	1,56	0,91	0,64	380	0,67
МА5	1,56	0,91	0,64	380	0,78
Титановый сплав					
BT5	0,64	0,97	1,57	940	1,06
Сталь					
30ХГСА	0,36	1,05	2,79	1670	0,72
Изотропные композиционные материалы					
Углепластик	1,93	1,34	0,52	310	1,61
Стеклопластик	1,87	0,3	0,54	310	0,62
Термопластики					
АВС-пластик	2,69	0,09	0,37	220	0,27
РС-поликарбонат	2,33	0,07	0,43	250	0,39

Таблица 8

Сравнительные характерные размеры, жесткостные и прочностные характеристики сплошных сечений балки-лонжерона ($m_i=m_{95}$)

Материал	l_i/l_{95}	$(E \cdot J)_i/(E \cdot J)_{95}$	σ_i/σ_{95}	$600 \cdot (\sigma_i/\sigma_{95}), \text{ МПа}$	$\eta = \sigma_{bi}/\sigma_i$
Алюминиевые сплавы					
Д16-Т	1,0	1,0	1,00	600	0,67
В95	1,0	1,0	1,00	600	1,00
Магниевые сплавы					
МА3	1,25	1,41	0,52	310	0,83
МА5	1,25	1,41	0,52	310	0,97
Титановый сплав					
ВТ5	0,8	0,62	1,97	1180	0,85
Сталь					
30ХГСА	0,6	0,38	4,65	2790	0,36
Изотропные композиционные материалы					
Углепластик	1,39	2,59	0,37	220	2,25
Стеклопластик	1,37	0,56	0,39	230	0,85
Термопластики					
АВС-пластик	1,64	0,24	0,23	130	0,46
РС-поликарбонат	1,53	0,17	0,28	160	0,6

Пластина сплошного сечения

Из условия $m_i=m_{95}=\text{const}$ следует, что $\gamma_i \cdot \delta_i = \gamma_{95} \cdot \delta_{95}$, и поэтому масштаб изменения толщины пластины для различных материалов по отношению к толщине базовой пластины определяется как $\delta_i/\delta_{95} = \gamma_{95}/\gamma_i$, а отношение их жесткостных характеристик (табл. 9):

$$\frac{(E \cdot J)_i}{(E \cdot J)_{95}} = \frac{E_i}{E_{95}} \cdot \frac{\delta_i^3}{\delta_{95}^3} = \left(\frac{\gamma_{95}}{\gamma_i} \right)^2 \cdot \frac{(E/\gamma)_i}{(E/\gamma)_{95}}$$

Напряженное состояние пластин из различных материалов по отношению к пластине из сплава В95 определяется из условия $M_{изг}=\text{const}$ и соответственно из условий $\sigma_i \cdot \delta_i^2 = \sigma_{95} \cdot \delta_{95}^2$ и $\delta_i/\delta_{95} = \gamma_{95}/\gamma_i$ как $\sigma_i/\sigma_{95} = (\gamma_i/\gamma_{95})^2$.

В табл. 7–9 и на рис. 3 показано, в каком диапазоне изменяется безразмерный коэффициент масштаба жесткостных характеристик $(E \cdot J)_i/(E \cdot J)_{95}$ для трех конструктивно-силовых схем ДПМ при условии $m_i=m_{95}$, а в табл. 10 приведены формулы для вычисления их геометрических и прочностных характеристик.

Таблица 9

Сравнительные толщины стенок, жесткостные и прочностные характеристики пластины сплошного сечения ($m_i=m_{95}$)

Материал	δ_i/δ_{95}	$(E \cdot J)_i/(E \cdot J)_{95}$	σ_i/σ_{95}	$600 \cdot (\sigma_i/\sigma_{95}), \text{ МПа}$	$\eta = \sigma_{bi}/\sigma_i$
Алюминиевые сплавы					
Д16-Т	1,0	1,0	1,00	600	0,67
В95	1,0	1,0	1,00	600	1,00
Магниевые сплавы					
МА3	1,56	2,20	0,41	240	1,05
МА5	1,56	2,20	0,41	240	1,21
Титановый сплав					
ВТ5	0,64	0,39	2,47	1480	0,67
Сталь					
30ХГСА	0,36	0,13	7,76	4650	0,26
Изотропные композиционные материалы					
Углепластик	1,92	5,00	0,27	160	3,11
Стеклопластик	1,87	1,04	0,29	170	1,16
Термопластики					
АВС-пластик	2,7	0,65	0,14	82	0,72
РС-поликарбонат	2,32	0,39	0,18	110	0,91

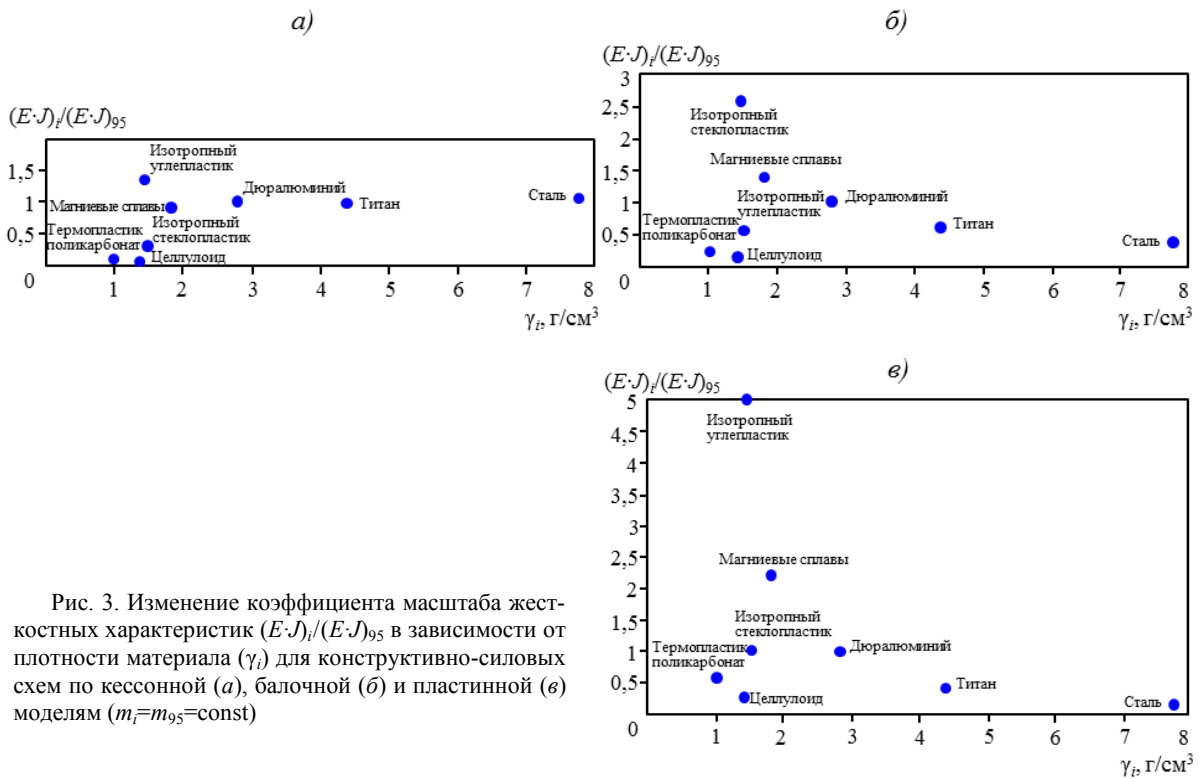


Рис. 3. Изменение коэффициента масштаба жесткостных характеристик $(E \cdot J)_i / (E \cdot J)_{95}$ в зависимости от плотности материала (γ_i) для конструктивно-силовых схем по кессонной (а), балочной (б) и пластинной (в) моделям ($m_i = m_{95} = \text{const}$)

Требования к характеристикам материалов, применение которых позволит выполнить одновременно критерии подобия Ca и Nw

Первое требование к удельным жесткостным характеристикам новых материалов сформулируем из условия, что характерная погонная масса m_i i -го сечения для каждой рассмотренной конструктивно-силовой схемы ДПМ является постоянной величиной и равна m_{95} базового материала. Для этого воспользуемся формулами, приведенными в табл. 11.

Для моделей кессонной схемы при $E_i \cdot t_i = \text{const}$ и $m_i = m_{95}$ требование к новым материалам состоит в том, чтобы их удельная жесткость была равна удельной жесткости базового материала:

$$E_i / \gamma_i = E_{95} / \gamma_{95}.$$

Это выражение можно записать как $E_i = \gamma_i (E_{95} / \gamma_{95})$, а поскольку $E_{95} / \gamma_{95} = \text{const}$, то на графике $E_i(\gamma_i)$ эта зависимость представляет собой прямую линию (рис. 4, а). В этом случае конструктор, проектирующий ДПМ, с учетом различных факторов, имеет возможность задать необходимую величину плотности конструкционного материала и далее подбирать (или создавать) материал с соответствующим модулем упругости.

Для модели балочной схемы возможность применения новых материалов также оценим при условиях $E_i \cdot I_i^4 = \text{const}$ и $m_i = m_{95}$. В этом случае из данных табл. 11 следует, что $(\gamma_i / \gamma_{95}) \cdot \sqrt{E_{95} / E_i} = 1$. После преобразования этой формулы к выражению $E_i / \gamma_i^2 = E_{95} / \gamma_{95}^2$ видно, что характерным параметром для выбора удельной жесткости материала при балочной схеме является модуль упругости,

Таблица 10

Формулы для вычисления геометрических и прочностных характеристик ($m_i = m_{95} = \text{const}$)

Кессонная схема	Балочная схема	Пластинная схема
$\frac{t_i}{t_{95}} = \frac{\gamma_{95}}{\gamma_i}$	$\frac{l_i}{l_{95}} = \sqrt{\frac{\gamma_{95}}{\gamma_i}}$	$\frac{\delta_i}{\delta_{95}} = \frac{\gamma_{95}}{\gamma_i}$
$\frac{(E \cdot J)_i}{(E \cdot J)_{95}} = \frac{(E/\gamma)_i}{(E/\gamma)_{95}}$	$\frac{(E \cdot J)_i}{(E \cdot J)_{95}} = \frac{\gamma_{95}}{\gamma_i} \cdot \frac{(E/\gamma)_i}{(E/\gamma)_{95}}$	$\frac{(E \cdot J)_i}{(E \cdot J)_{95}} = \left(\frac{\gamma_{95}}{\gamma_i}\right)^2 \cdot \frac{(E/\gamma)_i}{(E/\gamma)_{95}}$
$\frac{\sigma_i}{\sigma_{95}} = \frac{\gamma_i}{\gamma_{95}}$	$\frac{\sigma_i}{\sigma_{95}} = \frac{\gamma_i}{\gamma_{95}} \cdot \sqrt{\frac{\gamma_i}{\gamma_{95}}}$	$\frac{\sigma_i}{\sigma_{95}} = \left(\frac{\gamma_i}{\gamma_{95}}\right)^2$

Отношение масс для разных конструктивных схем

Кессонная схема	Балочная схема	Пластинная схема
$\frac{m_i}{m_{95}} = \frac{\gamma_i}{\gamma_{95}} \cdot \frac{E_{95}}{E_i}$	$\frac{m_i}{m_{95}} = \frac{\gamma_i}{\gamma_{95}} \cdot \sqrt{\frac{E_{95}}{E_i}}$	$\frac{m_i}{m_{95}} = \frac{\gamma_i}{\gamma_{95}} \cdot \sqrt[3]{\frac{E_{95}}{E_i}}$

деленный на плотность в квадрате. Для выбора необходимого материала при проектировании модели на рис. 4, б приведен график $E_i = (E_{95}/\gamma_{95}^2) \cdot \gamma_i^2$, представляющий собой квадратную параболу $E_i(\gamma_i)$. Конструктор может задать требуемую величину модуля упругости материала и по графику определить требуемую величину плотности материала или поступить наоборот.

Характеристики и возможности применения материалов при использовании пластинной схемы определяются выполнением условий $E_i \cdot \delta_i^3 = \text{const}$ и $m_i = m_{95}$. В этом случае $(\gamma_i/\gamma_{95}) \cdot \sqrt[3]{E_{95}/E_i} = 1$ (табл. 11) или $E_i/\gamma_i^3 = E_{95}/\gamma_{95}^3$. Из этой формулы следует, что характерным параметром для выбора удельной

жесткости материала является отношение модуля упругости к плотности в кубе. Для выбора необходимого материала при проектировании модели на рис. 4, в приведен график зависимости $E_i = (E_{95}/\gamma_{95}^3) \cdot \gamma_i^3$ от γ_i , представляющий собой кубическую параболу.

Необходимо отметить, что при выборе удельной жесткости материала конструктор должен сделать контрольные расчеты для определения характерных линейных размеров и прочностных характеристик выбранной конструктивно-силовой схемы, а затем решить главную задачу – разработать технологию создания материала с заданной удельной жесткостью.

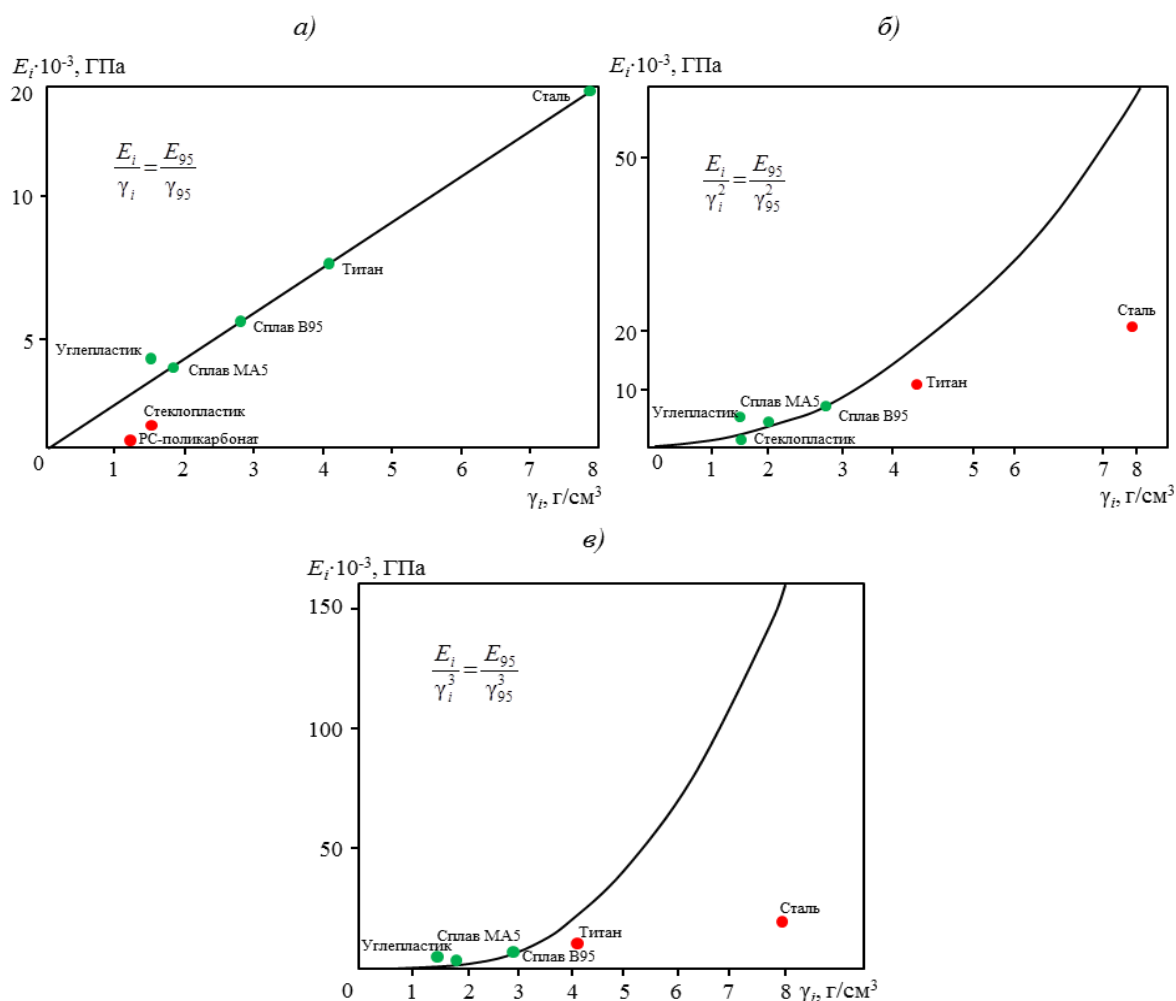


Рис. 4. Зависимость $E_i(\gamma_i)$ для конструктивно-силовых схем по кессонной (а), балочной (б) и пластинной (в) моделям

Заключения

1. Рассмотрены конструктивные особенности основных типовых силовых схем трансзвуковых ДПМ и влияние на их весовую эффективность формы поперечных сечений основных несущих силовых элементов динамически подобных моделей.

2. Выполнен сравнительный анализ удельных жесткостных (E/γ) и прочностных характеристик однородных материалов (металлов), термопластиков и изотропных композиционных материалов для оценки их весовой эффективности при применении в конструкциях ДПМ.

3. Установлено, что при разработке трансзвуковых ДПМ балочной и пластинной схемы для выполнения условий подобия по массовым и жесткостным характеристикам (критерии Ньютона и Коши) необходимо:

– для моделей конструктивно-подобной схемы применять материалы с удельной жесткостью E/γ , как у натурной конструкции;

– для моделей балочной схемы использовать материалы с заданными значениями параметра E/γ^2 ;

– для моделей пластинной схемы создавать материалы с заданными значениями параметра E/γ^3 .

ЛИТЕРАТУРА

1. Лампер Р.Е., Лыщинский В.В. Введение в теорию и моделирование флаттера. Новосибирск: Изд-во НГТУ, 1999. 179 с.
2. Карклэ П.Г. Основные направления деятельности отделения в обеспечении безопасности летательных аппаратов от флаттера // Труды ЦАГИ. 2013. Вып. 2738. С. 183–189.
3. Амирьянц Г.А., Ишмуратов Ф.З. Об исследованиях в области статической аэроупругости и междисциплинарной оптимизации конструкций // Труды ЦАГИ. 2013. Вып. 2738. С. 133–152.
4. Азаров Ю.А., Черноволов Р.А. Дренированные аэроупругие модели летательных аппаратов // Труды МАИ: электрон. журн. 2017. №92. URL: <http://trudy.mai.ru/published.php?ID=77062> (дата обращения: 06.03.2018).
5. Бисплингхофф Р., Эшли Х., Халфмэн Р. Аэроупругость. М.: Изд-во иностр. лит., 1958. 801 с.
6. Ашкенази Е.К., Ганов Э.В. Анизотропия конструкционных материалов: справочник. Л.: Машиностроение, 1972. 216 с.